(1) $|iz+3|=|2z-6|$ の両辺を2乗すると

$(iz+3)(-i\bar{z}+3)=(2z-6)(2\bar{z}-6)$

$z\bar{z}+3iz-3i\bar{z}+9=4z\bar{z}-12z-12\bar{z}+36$

$3z\bar{z}+(-12-3i)z+(-12+3i)\bar{z}+27=0$

両辺3で割って

$z\bar{z}+(-4-i)z+(-4+i)\bar{z}+9=0$

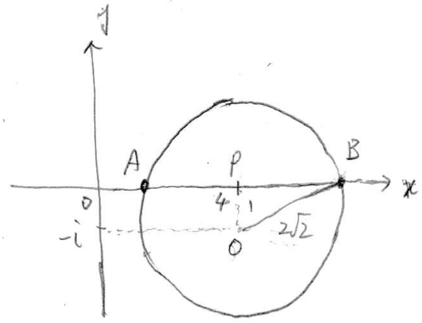
$\{z+(-4+i)\}\{\bar{z}+(-4-i)\}=8$

$|z+(-4+i)|^2=8$

$|z+(-4+i)|=2\sqrt{2}$

よって 中心 $4-i$ 半径 $2\sqrt{2}$ の円を描く

(2)



$z-\bar{z}=0 \to z=\bar{z}$ ということは

z は実数なのでグラフでいうと

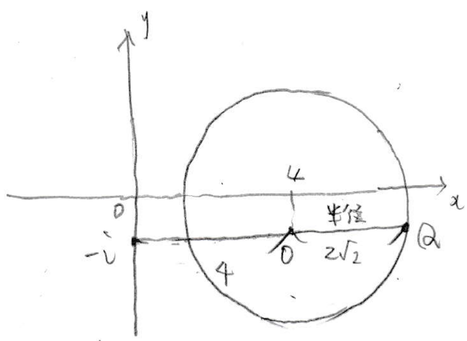
左図の A, B の2点

△OBPで三平方の定理より

$PB=\sqrt{7}$ よって $A=4-\sqrt{7}$, $B=4+\sqrt{7}$

ゆえに求める z は $z=4\pm\sqrt{7}$

(3)



$|z+i|$ の最大値は(1)の円周上の点と $-i$ との距離の最大値なので左図の Q のときが最大となる。よって最大値は

$4+2\sqrt{2}$