行列16

1から6までの数字が1つずつ書かれた6枚のカードがある。これらをよく混ぜ合わせてから，同時に2枚のカードを取り出す。取り出されたカードに書かれた数字のうち大きいほうをL，小さいほうをMとする。このとき，次の連立方程式が解をもつ確率を求めよ。

$$\begin{cases} 2x + Ly = 4 \\ x + My = M \end{cases}$$

〔弘前大〕

題の連立方程式を

$$\begin{pmatrix} 2 & L \\ 1 & M \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ M \end{pmatrix}$$ とする

解をもたないことを考えると2つの直線 $2x+Ly=4$ と $x+My=M$ が平行になる場合解をもたないので

ベクトル $(2, L)$ $(1, M)$ が平行になる場合を除くことを考えると

$L=2$ のとき $M=1$ …①

$L=4$ のとき $M=2$ …②

$L=6$ のとき $M=3$ …③

ここで注意するのは②のときでこのとき2つの式は

$$\left.\begin{array}{l} 2x+4y=4 \\ x+2y=2 \end{array}\right\} \quad x+2y=2$$ と一致するので解はすべての実数となることから解をもつ。

よって解をもたないのは①、③のとき

カードの取り出し方は $_6C_2=15$ 通りなので

①、③の2通りを除いて確率は

$\dfrac{13}{15}$ となる