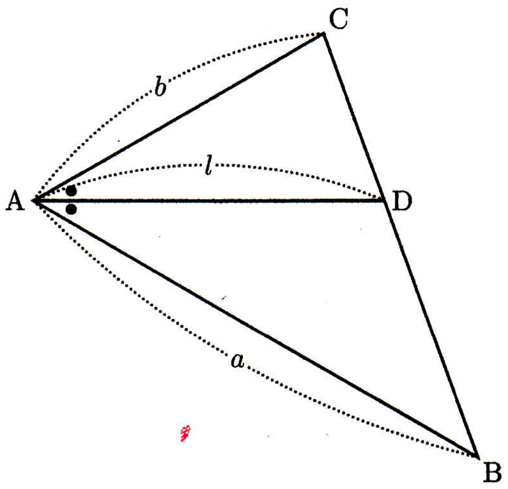
ごうかく！

極限26

訂正

△ABC で~~は~~ AB= a, AC= b, ∠BAC $= \theta$, ∠BAC の 2 等分線が三角形内にある部分 AD であり, その長さを l とするとき,



(1) 三角形 ABD の面積を a, l と θ で表せ。

(2) l を a, b と θ で表せ。

(3) a, b を一定に保ち, θ を 0 に近づけるとき, $\lim_{\theta \to 0} l$ を求めよ。

(1) $\frac{1}{2} al \sin\frac{\theta}{2}$

(2) $\triangle ABD = \triangle ABD + \triangle ACD$

$$\frac{1}{2}ab\sin\theta = \frac{1}{2}al\sin\frac{\theta}{2} + \frac{1}{2}bl\sin\frac{\theta}{2}$$

$$ab\sin\theta = l\left(a\sin\frac{\theta}{2} + b\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$l = \frac{ab\sin\theta}{(a+b)\sin\frac{\theta}{2}} = \frac{ab\cdot 2\cancel{\sin\frac{\theta}{2}}\cos\frac{\theta}{2}}{(a+b)\cancel{\sin\frac{\theta}{2}}} \quad \therefore l = \frac{2ab\cdot\cos\frac{\theta}{2}}{a+b}$$

(3)

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{2ab\cdot\cos\frac{\theta}{2}}{a+b} = \frac{2ab}{a+b}$$