

次の極限を求めよ。

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{2^n+1}{3^n+1}}$$

〔東海大大〕

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{2^{m} + 1}{3^{m} + 1} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left(\frac{3^{n} \left(1 + \frac{1}{2^{n}} \right)}{2^{n} \left(1 + \frac{1}{3^{n}} \right)} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left(\frac{3}{2} \right)^{-n} \frac{1 + \frac{1}{2^{n}}}{1 + \frac{1}{3^{n}}} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{2}{3} \left(\frac{1 + \frac{1}{2^{n}}}{1 + \frac{1}{3^{n}}} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$= \frac{2}{3}$$