

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x+a}-b}{x-2} = \frac{3}{5}$ が成り立つような定数 a, b の値は $a = \frac{\square}{\square}$, $b = \frac{\square}{\square}$ である。ただし、解答の分数は既約分数とする。
 (青山学院大)

$x \rightarrow 2$ 均分 $= 0 \rightarrow x \rightarrow 2$ 分子 $= 0$ と分母 $\neq 0$ のとき $\sqrt{6+a} - b = 0$

\therefore したがって $b = \sqrt{6+a} \dots \textcircled{1}$

$$\frac{\sqrt{3x+a}-b}{x-2} = \frac{3x+a-b^2}{x-2(\sqrt{3x+a}+b)}$$

\therefore したがって $3x+a-b^2$ は $x-2$ で割り切れる (3124)

$x=2$ とすると $\sqrt{3x+a}+b = 5$ とおくと $2(5) = 10$

\therefore $\sqrt{3x+a} + \sqrt{6+a} = 5$ とし、 $x=2$ とすると

$2\sqrt{6+a} = 5$

$4(b+a) = 25$

$4a = 1 \quad a = \frac{1}{4} \quad \therefore$ したがって $b = \sqrt{6 + \frac{1}{4}} = \frac{5}{2}$

$(答) \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases}$

(実際)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+a - (\sqrt{6+a})^2}{(x-2)(\sqrt{3x+a} + \sqrt{6+a})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+a-b^2}{(x-2)(\sqrt{3x+a} + \sqrt{6+a})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-2)}{(x-2)(\sqrt{3x+a} + \sqrt{6+a})} = \frac{3}{2\sqrt{6+a}} \quad \text{したがって}$$

$\frac{3}{2\sqrt{6+a}} = \frac{3}{5}$ より $a = \frac{1}{4}$ とし、 $\therefore b = \frac{5}{2}$

$a = \frac{1}{4}, b = \frac{5}{2}$