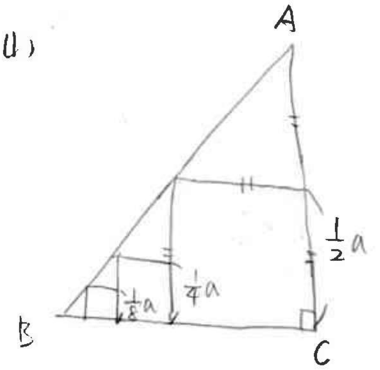
(1)



$\angle A = 45^\circ$のとき

正方形の1辺は $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{4}a$, $\frac{1}{8}a \cdots$ となる

したがって面積 $S_1, S_2, S_3 \cdots$ は

$\frac{1}{4}a^2$, $\frac{1}{16}a^2$, $\frac{1}{64}a^2 \cdots$ となる

このとき $S_{n+1} = \frac{1}{4}S_n$ が成り立つので

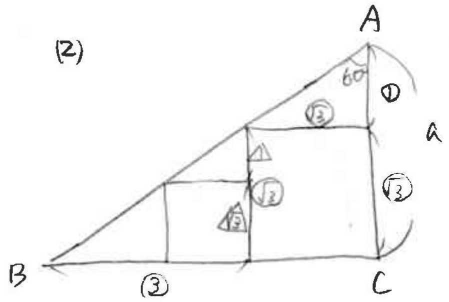
$$S_n = \frac{1}{4}a^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

つまり $S_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot a^2$ となる

この無限級数和は

$$\frac{\frac{1}{4}a^2}{1-\frac{1}{4}} = \frac{a^2}{3} \qquad \therefore \underline{\frac{1}{3}a^2}$$

(2)



正方形の1辺は

$\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}a$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^2 a$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^3 a \cdots$ となる

したがって面積 $S_1, S_2, S_3 \cdots$ は

$\left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^2 a^2$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^4 a^2$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^6 a^2 \cdots$ となる

このとき

$S_{n+1} = \left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^2 S_n$ が成り立つので

$$S_n = \left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^2 a^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^{2(n-1)} = \left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^{2n} a^2$$

この無限級数和は

$$\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^2 a^2}{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{3a^2}{(1+\sqrt{3})^2-3} = \frac{3a^2}{1+2\sqrt{3}} = \frac{3a^2(1-2\sqrt{3})}{(1+2\sqrt{3})(1-2\sqrt{3})} = \frac{3a^2(1-2\sqrt{3})}{1-12}$$

$$\therefore \underline{\frac{3(2\sqrt{3}-1)}{11}a^2}$$