3C きょくせん!

平面上の曲線 C は媒介変数 θ を用いて

$$x = \frac{\cos 2\theta + 1}{2}, y = \cos\theta (0 < \theta < \pi)$$

と表されてる。

(1) 曲線 C を x, y を用いて表せ。

(2) 曲線 C の 2 本の接線が直交するとき, その交点の x 座標を求めよ。

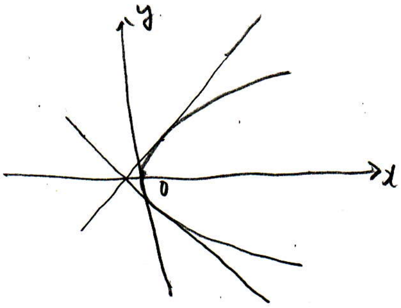
〔室蘭工大〕

(1) $x = \dfrac{\cos^2\theta - \sin^2\theta + 1}{2} = \dfrac{2\cos^2\theta - 1 + 1}{2} = \cos^2\theta$

$y = \cos\theta$ より

$$\underline{x = y^2}$$

(2)



$2 \cdot \dfrac{dy}{dx} \cdot y = 1$

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2y}$

$x = y^2$ 上の接点を (s^2, s), (t^2, t) とすると

接線の傾きは $\dfrac{1}{2s}$, $\dfrac{1}{2t}$ となりその積が -1 であることから

$\dfrac{1}{2s} \cdot \dfrac{1}{2t} = -1$ 　 $4st = -1$ 　 $st = -\dfrac{1}{4}$

$y = \dfrac{1}{2s}(x - s^2) + s \to y = \dfrac{1}{2s}x + \dfrac{s}{2}$

$y = \dfrac{1}{2t}(x - t^2) + t \to y = \dfrac{1}{2t}x + \dfrac{t}{2}$

$\dfrac{1}{2s}x + \dfrac{s}{2} = \dfrac{1}{2t}x + \dfrac{t}{2}$

$\dfrac{t - s}{2st}x = \dfrac{t - s}{2}$ 　 t と s は異なるから

$t - s \neq 0$ より

$\dfrac{1}{2st}x = \dfrac{1}{2}$

$x = st = -\dfrac{1}{4}$ 　 $\therefore \underline{-\dfrac{1}{4}}$