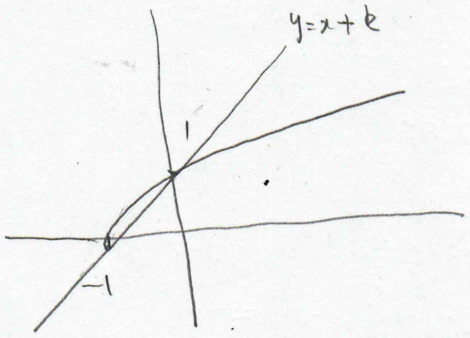
3C 演習 9

方程式 $\sqrt{x+1}-x-k=0$ を満たす解の個数が最も多いのは，実数 k が $\boxed{} \leqq k \leqq$ いらない

$\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ を満たすときである。 〔上智大〕

$y=\sqrt{x+1}$ と $y=x+k$ の交点として考える



$y=\sqrt{x+1}$，$y=x+k$ のグラフの関係をかくと

左図のようである

∵ $x+1>0$ より

$x>-1$

このとき 2つの関数の交点が

最も多いのは 2つの交点をもつときである

そのときの切片 k の値の範囲は図より

$1 \leqq k \leqq$（2つのグラフが接するとき）

∵

$y=\sqrt{x+1}$ を微分して $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$ 接点を $(t, \sqrt{t+1})$ とすると

接線の式は

$y=\dfrac{1}{2\sqrt{t+1}}(x-t)+\sqrt{t+1}$

$\dfrac{1}{2\sqrt{t+1}}=1$ であるから

$1=4(t+1)$ $4t=-3$ $t=-\dfrac{3}{4}$

接点の座標は $\left(-\dfrac{3}{4}, \dfrac{1}{2}\right)$ であるからこのとき k の値は

$k=\dfrac{5}{4}$

∴ k の範囲は

$1 \leqq k < \dfrac{5}{4}$ //