

xy 平面上を動く点 $P(x, y)$ の時刻 t における座標を $x = 5 \cos t, y = 4 \sin t$ とし, この点の速度 $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$ とする。ただし, 角の単位はラジアンとする。2 点 $A(3, 0), B(-3, 0)$ をとる。このとき, 次の各問に答えよ。

- (1) $x = 5 \cos t, y = 4 \sin t$ から, t を消去して, x と y の関係式を求めよ。
- (2) 速度 \vec{v} を求めよ。
- (3) \vec{PA} と \vec{v} の内積 $\vec{PA} \cdot \vec{v}$ および \vec{PB} と \vec{v} の内積 $\vec{PB} \cdot \vec{v}$ を t を用いて表せ。
- (4) ベクトル \vec{PA}, \vec{PB} の大きさをそれぞれ $|\vec{PA}|, |\vec{PB}|$ とするとき, 等式 $|\vec{PA}| = 5 - 3 \cos t, |\vec{PB}| = 5 + 3 \cos t$ が成り立つことを証明せよ。
- (5) $\angle APB$ の 2 等分線の方法ベクトルは, \vec{v} に垂直であることを証明せよ。

〔山形大〕