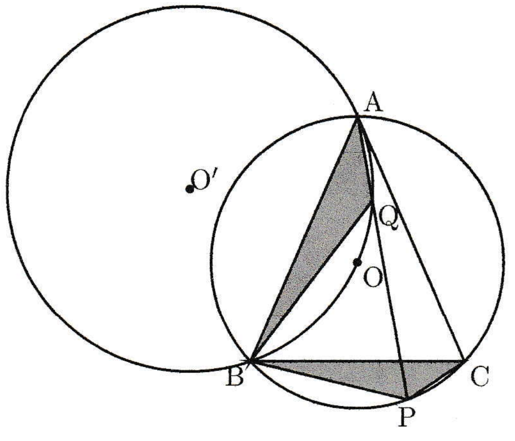
3zukei
113

図のように,△ABC の各頂点は円 O の周上にあり, AB=AC である。点 A を含まない弧 BC 上に点 P をとる。

また, 3 点 A, O, B を通る円 O′ をかき, 線分 AP と円 O′ との交点を Q とする。

このとき, △AQP ∽ △CPB を証明しなさい。〔入試問題の一部〕



△ABQ と△CBP において

$\overset{\frown}{BP}$ の円周角より

$\angle BAQ = \angle BCP$ …①

$\overset{\frown}{AC}$ の円周角より

$\angle ABC = \angle APC$ …②

$\overset{\frown}{AB}$ の円周角より

$\angle ACB = \angle APB$ …③

仮定より

$\angle ABC = \angle ACB$ であるから ②と③は等しく

$\angle ABC = \angle APC = \angle ACB = \angle APB$ …④

となる

また

$\angle BPC = \angle APB + \angle APC$ であるから ④より

$\angle BPC = 2\angle ACB$ …⑤

ここで円 O′ の $\overset{\frown}{AB}$ の円周角より

$\angle AQB = \angle AOB$ …⑥

$\angle AOB = 2\angle ACB$ (円周角の定理より) …⑦

⑤, ⑥, ⑦より

$\angle AQB = \angle BPC$ …⑧

①, ⑧より 2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABQ \backsim \triangle CBP$

気づくのにかなり時間かかったなぁ…