3 zukei 126

右の図の四角形 ABCD は，AB=4 cm，BC=12 cm，AB//DC の台形である。点 E は辺 BC の中点であり，$\angle ABE = \angle AED = 90^\circ$ である。点 F は直線 AE と直線 DC との交点であり，点 G は辺 CD 上の点で CF=CG である。各問に答えなさい。

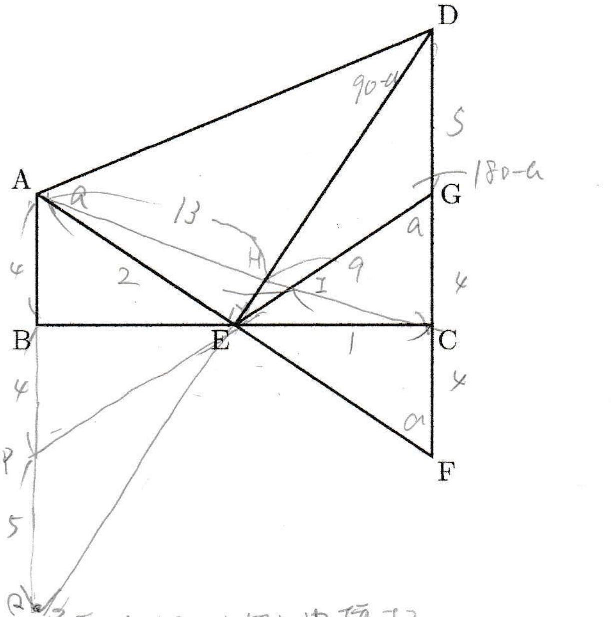
(1) △ABE≡△FCE を証明せよ。

(2) $\angle DAE = a^\circ$ とするとき，∠DEG の大きさを a を用いて表せ。

(3) 3 点 D, E, G を通る円の半径を求めよ。

(4) 線分 AC と線分 DE, GE との交点をそれぞれ H, I とする。このとき，△EIH の面積を求めよ。

〔奈良県〕



(1) △ABE と △FCE で
点 E は 辺 BC の中点より
BE = CE … ①
仮定より AB // DC より 錯角は等しいので
∠ABE = ∠FCE = 90° … ②
対頂角は等しいので
∠AEB = ∠FEC … ③
①, ②, ③より 1組の辺とその両端の角が それぞれ等しいので △ABE ≡ △FCE

(2) (1)より AE = FE でかつ ∠DEA = 90° より
△ADF は二等辺三角形 で CF = CG より
△FEG も二等辺三角形となり ∠F が共通なことから △ADF ∽ △FEG となる
∠ADE = 90° − a° = ∠EDF, ∠EGC = a°
より $\angle DEG = a^\circ - (90^\circ - a^\circ)$
$= 2a^\circ - 90^\circ$　　$2a^\circ - 90^\circ$

(3) 四角形 AEGD が円に内接する
∠AED = 90° と ∠DAE + ∠DGE = 180° より
向かい合う角の和が 180° より四角形は円に内接する よって AD が円の直径

AF は 2 × AE
AE = $2\sqrt{13}$ より AF = $4\sqrt{13}$

$x : 4\sqrt{13} = 2\sqrt{13} : 8$　　$x = 13$ … 直径　よって半径 $\frac{13}{2}$ cm

(4) DE の延長線と AB の延長線との交点を Q
GE の延長線と AB の延長線との交点を P とすると
△GCI ∽ △PAI より CI : IA = 4 : 8 = 1 : 2
△DCH ∽ △QAH より CH : AM = 9 : 13

A — 13 — H — 9 — C　　13 + 9 = 22
A — 2 — I — 1 — C　　2 + 1 = 3　} 66 でそろえる

A — 39 — H — 27 — C
A — 44 — I — 22 — C

AH : HI : IC = 39 : 5 : 22
よって $\triangle EIH = \frac{5}{66} \triangle AEC$
$\triangle AEC = 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 12$ より
$\triangle EIH = \cancel{12}^{2} \times \frac{5}{\cancel{66}_{11}} = \frac{10}{11}$　　$\frac{10}{11}$ cm²