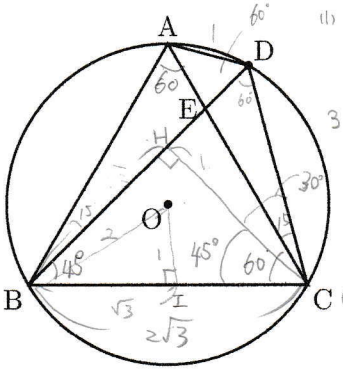
3zukei 127

正三角形の1辺をとして誤答連発

正三角形 ABC と, 3 点 A, B, C を通る半径 2 cm の円 O がある。この円 O の点 B を含まない $\overset{\frown}{AC}$ 上に 2 点 A, C と異なる点 D をとる。

このとき, 次の 1, 2 に答えなさい。ただし, 円周率は π とする。



(1) $\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{DC}=1:3$ より
$\angle ABD:\angle DBC=1:3$
よって
$\angle ABD=60\times\frac{1}{4}=15°$
$\angle DBC=60\times\frac{3}{4}=45°$
$\angle ACD=\angle ABD$ より $15°$

(2) $\triangle OIB$ は $1:2:\sqrt{3}$ より
$BI=\sqrt{3}$ より $BC=2\sqrt{3}$
$\triangle BHC$ は $1:1:\sqrt{2}$ より
$HC=\sqrt{6}$
$\triangle DHC$ は $1:2:\sqrt{3}$ より
$HC:DC=\sqrt{3}:2$
$\sqrt{6}:DC=\sqrt{3}:2$
$DC=2\sqrt{2}$
ただし I は O から BC への垂線のあし, H は C から DB への垂線のあしとする

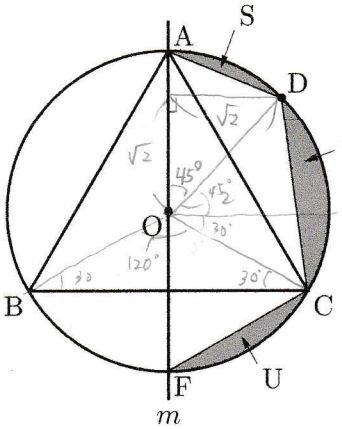
1 図 1 のように, 点 D が, 点 B を含まない $\overset{\frown}{AC}$ において, $\overset{\frown}{AD}$ と $\overset{\frown}{DC}$ の長さの比が 1 : 3 となるような位置にあるとする。また, 線分 AC, BD の交点を E とする。

このとき (1)〜(3) に答えなさい。

(1) ∠ACD の大きさを求めなさい。 15°

(2) 線分 CD の長さを求めなさい。 $2\sqrt{2}$ cm

(3) △ABD と相似な三角形をすべて書きなさい。ただし, 相似な三角形の対応する頂点は △ABD と同じ順序で書くこと。 △ECD, △EBA



2 図 2 において, 線分 AF は円 O の直径であり, 直線 m は 2 点 A, F を通る直線である。また, ▭ で示したように, 円 O の点 B を含まない $\overset{\frown}{AD}$, $\overset{\frown}{DC}$, $\overset{\frown}{CF}$ と弦 AD, DC, CF とで囲まれた部分を S, T, U とする。

このとき, 次の (1), (2) に答えなさい。

(1) 点 D を, 直線 m を軸として 1 回転させてできる図形は円になる。

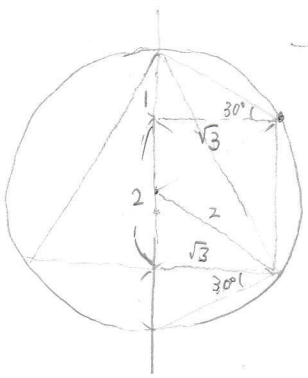
この円の面積が $2\pi\,\text{cm}^2$ となるような位置に点 D があるとき, 点 B を含まない $\overset{\frown}{AC}$ において, $\overset{\frown}{AD}$ と $\overset{\frown}{DC}$ の長さの比を, 最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) 点 D が, S, T, U の面積の和が最小になるような位置にあるとする。
このとき, S, T, U を, 直線 m を軸として 1 回転させたときに, S, T, U それぞれが動いてできる立体の体積の和を求めなさい。

〔山梨県〕

(1) $\overset{\frown}{AD}$ の中心角 45°, $\overset{\frown}{DC}$ の中心角 75° より $45°:75°=3:5$

(2)



S, T, U の面積が最小 → S, T の面積の和が最小 → △ADC の面積が最大
↓
点 D が線分 AC から最も離れる
↓
点 D は $\overset{\frown}{AC}$ の中点

半径 2 の球から半径 $\sqrt{3}$, 高さ 1 の円すいを 2 つ分と半径 $\sqrt{3}$, 高さ 2 の円柱をひけばよい

よって

$\frac{4}{3}\pi\times2^3-\pi\times(\sqrt{3})^2\times1\times\frac{1}{3}\times2-\pi\times(\sqrt{3})^2\times2$

$=\frac{32}{3}\pi-2\pi-6\pi$

$=\frac{8}{3}\pi$ $\frac{8}{3}\pi$ cm³