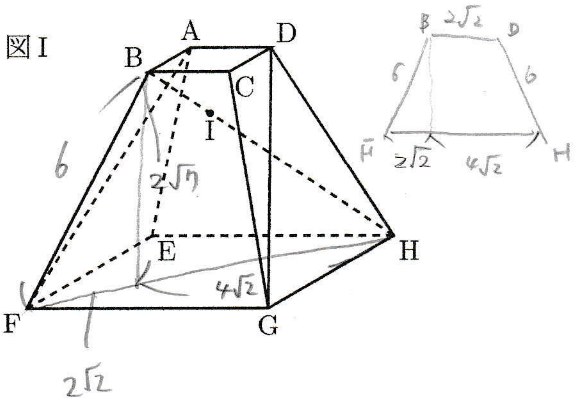
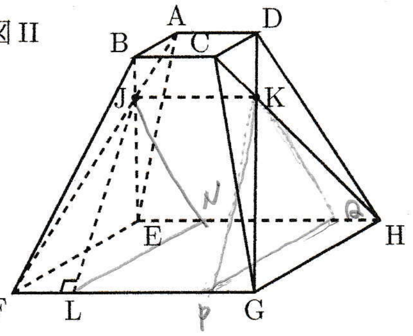
図I, 図IIにおいて, 立体ABCD−EFGHは六つの平面で囲まれてできた立体である。四角形ABCDは1辺の長さが2cmの正方形であり, 四角形EFGHは1辺の長さが6cmの正方形である。平面ABCDと平面EFGHは平行である。四角形BFGCはBC//FGの台形であり, BF=CG=6cmである。四角形AEFB, CGHD, DHEAは, すべて台形BFGCと合同な台形である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は, 根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

図I



図II



(1) 図Iにおいて, AとF, DとGをそれぞれ結ぶ。このとき, 4点A, F, G, Dは同じ平面上にあって, この4点を結んでできる四角形AFGDはAD//FGの台形である。BとHとを結ぶ。Iは, 線分BHと平面AFGDとの交点である。このとき, Iは台形AFGDの対角線の交点である。

① 台形AFGDの面積を求めなさい。

② ㋐ 線分BHの長さを求めなさい。

㋑ 線分BIの長さを求めなさい。

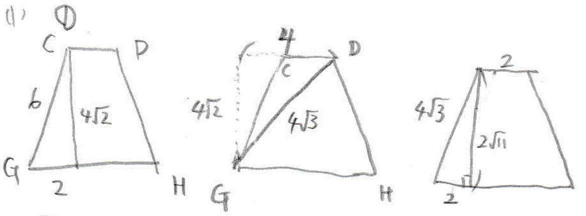
(2) 図IIにおいて, Jは台形AEFBの対角線の交点であり, Kは台形CGHDの対角線の交点である。JとKとを結ぶ。このとき, AD//JKである。Lは, Jから辺FGにひいた垂線と辺FGとの交点である。

① 線分JLの長さを求めなさい。

② 立体JK−EFGHの体積を求めなさい。

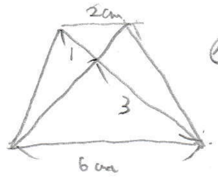
〔大阪府〕

(1) ①



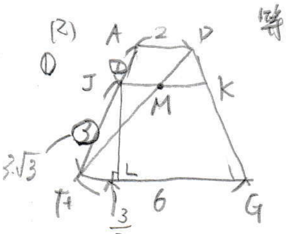
$(2+6)\times 2\sqrt{11}\times\frac{1}{2}=8\sqrt{11}$　　$8\sqrt{11}$ cm²

② BHは上図I参照、㋐ $BH=\sqrt{(2\sqrt{7})^2+(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$　　$BH=2\sqrt{15}$ cm



㋑ 左図より BI：IHも1：3であるから $BI=2\sqrt{15}\times\frac{1}{4}=\frac{\sqrt{15}}{2}$　　$BI=\frac{\sqrt{15}}{2}$ cm

(2) ①



等脚台形なので JM=MK

$3:JM=4:2$

$JM=\frac{3}{2}$

JK=2×JMより

$=2\times\frac{3}{2}$

$=3$

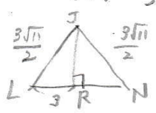
これより FL=(6−3)÷2=$\frac{3}{2}$

$JF=4\sqrt{3}\times\frac{3}{4}=3\sqrt{3}$

ゆえに $JL=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-(\frac{3}{2})^2}=\frac{3\sqrt{11}}{2}$

$JL=\frac{3\sqrt{11}}{2}$ cm

② 求める体積を四角すいJ−EFLNと四角すいK−PGHQと三角すいJLN−KPQの和として考える。



△JLNの高さJRは $JR=\sqrt{(\frac{3\sqrt{11}}{2})^2-3^2}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$ cm

となり求める体積は

$6\times\frac{3\sqrt{7}}{2}\times\frac{1}{2}\times 3=\frac{27\sqrt{7}}{2}$ …三角柱JLN−KPQの体積

求める2つの四角すいは同じ体積なので

$\frac{3}{2}\times 6\times\frac{3\sqrt{7}}{2}\times\frac{1}{3}\times 2=9\sqrt{7}$ …四角すいJ−EFLNと四角すいK−PGHQの和

よって求める体積は $\frac{27\sqrt{7}}{2}+9\sqrt{7}$

$=\frac{45\sqrt{7}}{2}$　　$\frac{45\sqrt{7}}{2}$ cm³