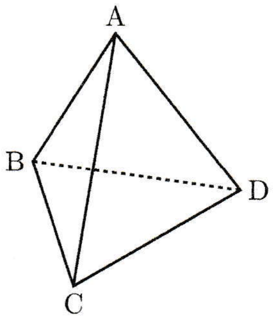
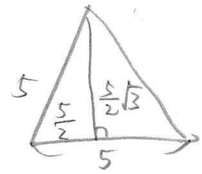
zukei130

右の図のように，1 辺の長さが 5 cm の正四面体がある。次の問いに答えなさい。



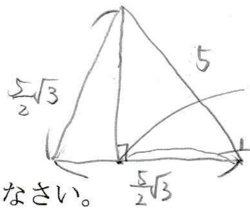
(1) △ABC の面積を求めなさい。

答 $\dfrac{\boxed{ア}\boxed{イ}\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$ cm^2



(2) 頂点 A から底面 BCD に垂線 AH をひくとき，AH の長さを求めなさい。

答 $\dfrac{\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ cm



重心と一致

$\frac{5}{2}\sqrt{3}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{3}\sqrt{3}$

(3) 正四面体 ABCD の体積を求めなさい。

答 $\dfrac{\boxed{ク}\boxed{ケ}\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}\boxed{ス}}$ cm^3

(4) 正四面体 ABCD に内接する球の体積を求めなさい。

答 $\dfrac{\boxed{セ}\boxed{ソ}\boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}}}{\boxed{ツ}\boxed{テ}\boxed{ト}}\pi$ cm^3

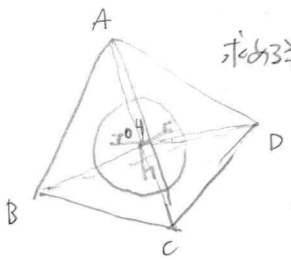
〔日本大学習志野高〕

(1) $5\times\frac{5}{2}\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{25\sqrt{3}}{4}$

(2) $\sqrt{5^2-\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{50}{3}}=\frac{5\sqrt{6}}{3}$

(3) $\frac{25\sqrt{3}}{4}\times\frac{5\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{125\sqrt{18}}{36}=\frac{125\sqrt{2}}{12}$

(4)



求める半径をr，球の中心をOとすると，

三角すいO−ABC＋三角すいO−BCD＋三角すいO−ACD＋三角すいO−ABD$=\frac{125\sqrt{2}}{12}$

三角すいO−ABC，三角すいO−BCD，三角すいO−ACD，三角すいO−ABDは全て

底面積 $\frac{25\sqrt{3}}{4}$，高さrの三角すい

よって $4\times\left(\frac{25\sqrt{3}}{4}\times r\times\frac{1}{3}\right)=\frac{125\sqrt{2}}{12}$

$100\sqrt{3}r=125\sqrt{2}$

$r=\frac{5\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{6}}{12}$

よって体積は

$\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{5\sqrt{6}}{12}\right)^3=\frac{\cancel{4}^{2}}{3}\pi\times\frac{125\times\cancel{6}\sqrt{6}}{12\times\cancel{12}_{6}\times\cancel{12}_{2}}$

$=\frac{125\sqrt{6}}{216}\pi$