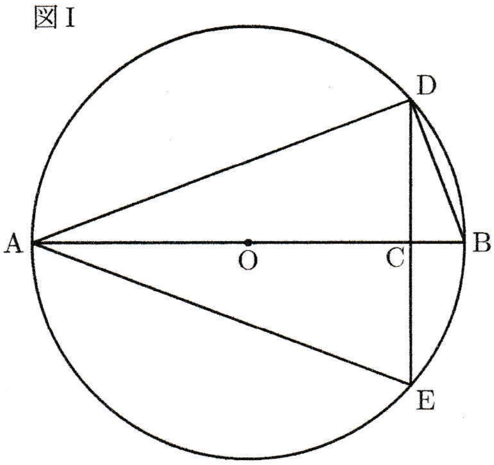
H30.4.22

長さが 8 cm の線分 AB を直径とする円 O があります。図Iのように，線分 AB 上に AC=7 cm となる点 C をとり，点 C を通り線分 AB に垂直に交わる直線と円 O との 2 つの交点をそれぞれ D, E とし，点 A と点 D, 点 A と点 E, 点 B と点 D をそれぞれ結びます。

次の 1〜3 の問いに答えなさい。

図I



1 △ACE∽△DCB であることを証明しなさい。

2 線分 CD の長さを求めなさい。

答えは 2枚目にあります
↳ 1, 2, 3(1) の答

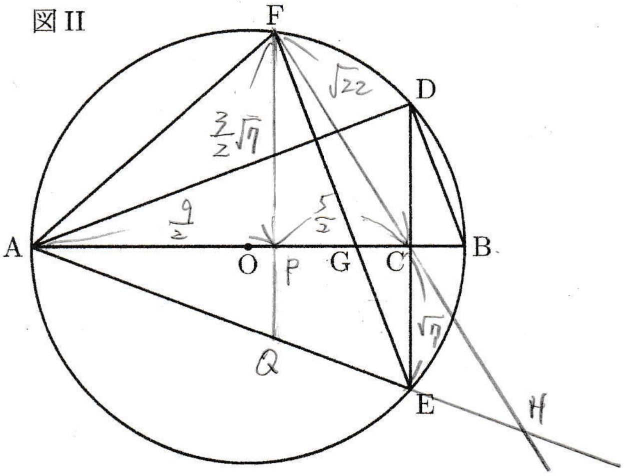
3 図IIは，図Iにおいて，点Eをふくまない方の $\overset{\frown}{AD}$ 上に ∠FAD = ∠BAD となる点Fをとり，線分 AB と線分 EF との交点を G とし，さらに，点 C と点 F を結んだものです。

次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) △CFG の面積を求めなさい。

(2) 直線 AE と直線 FC との交点を H とします。線分 FH の長さを求めなさい。

図II



〔宮城県後期〕

$AP : PC = \frac{9}{2} : \frac{5}{2} = 9 : 5$

よって PQを求めると

$\underset{(9+5)}{9 : 14} = PQ : \sqrt{7}$

$14PQ = 9\sqrt{7}$

$PQ = \frac{9\sqrt{7}}{14}$

これで

$FQ = \frac{3\sqrt{7}}{2} + \frac{9\sqrt{7}}{14}$

$= \frac{21\sqrt{7}}{14} + \frac{9\sqrt{7}}{14}$

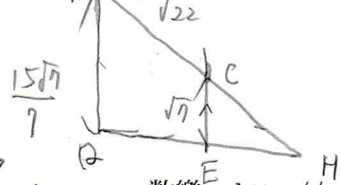
$= \frac{15\sqrt{7}}{7}$

また△FPCで三平方の定理を用いると

$FC = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{7}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{63}{4} + \frac{25}{4}}$

$= \sqrt{22}$



△FQH ∽ △CEH を使う

$FH : CH = \frac{15\sqrt{7}}{7} : \sqrt{7}$

$= 15 : 7$

よって

$FH : FC = 15 : 8$ となるので

$FH : \sqrt{22} = 15 : 8$

よって $FH = \frac{15\sqrt{22}}{8}$ cm

1

(例) △ACEと△DCBで、

対頂角は等しいので

$\angle ACE = \angle DCB$ …①

$\overset{\frown}{BE}$に対する円周角は等しいので、

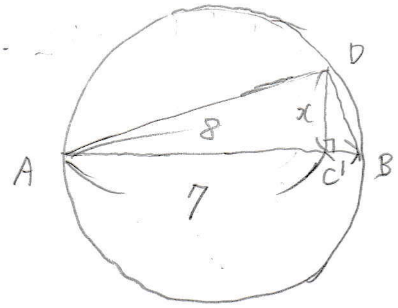
$\angle EAC = \angle BDC$ …②

①、②より2組の角がそれぞれ

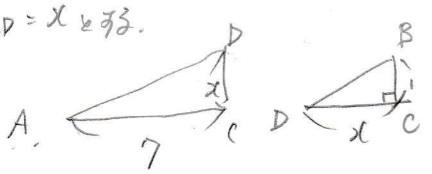
等しいので

$\triangle ACE \backsim \triangle DCB$

2.



$CD = x$ とする。

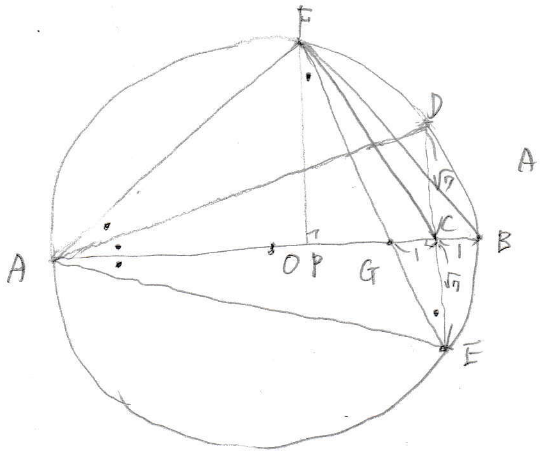


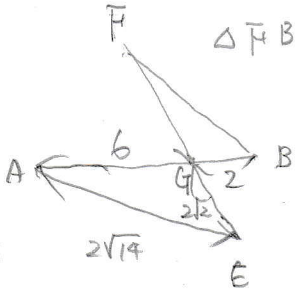
$7 : x = x : 1$

$x^2 = 7 \quad x>0$

$x = \sqrt{7} \qquad \sqrt{7}$ cm

3.



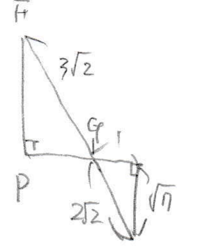


$\triangle FBG \backsim \triangle AEG$

$2 : FG = 2\sqrt{2} : 6$

$2\sqrt{2}\,FG = 12$

$FG = \frac{12}{2\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$



$1 : PG = 2\sqrt{2} : 3\sqrt{2}$

$PG = \frac{3}{2}$

$2\sqrt{2} : 3\sqrt{2} = \sqrt{7} : FP$

$2\sqrt{2}\,FP = 3\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

$FP = \frac{3}{2}\sqrt{7}$

$AE = AD = \sqrt{AB^2 - DB^2}$

$= \sqrt{64 - 8}$

$= \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$

※ $GC=1$ は△EGBが二等辺三角形だから。

答

$\triangle CFG = 1 \times \frac{3}{2}\sqrt{7} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4}\sqrt{7}$ cm^2