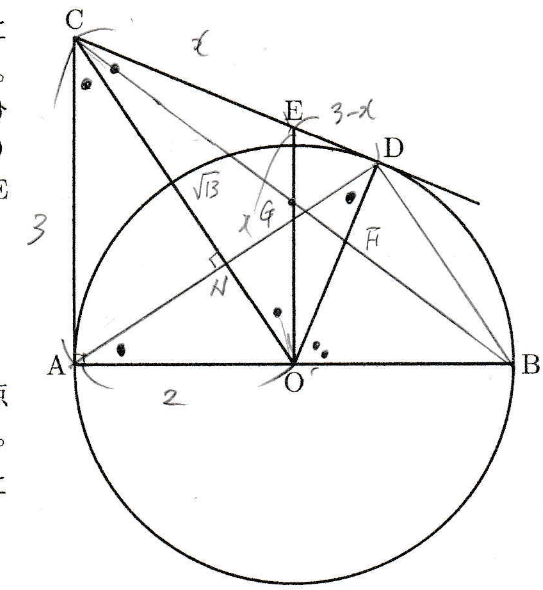
135
H30.4.22

線分 AB を直径とする円 O があります。下の図のように, 点 A を通る円 O の接線をひき, その接線上に OA<AC となる点 C をとり, 点 C と点 O を結びます。また, 点 C から円 O に, 接線 AC とは異なる接線をひき, 円 O との接点を D とします。さらに, 点 O を通り線分 AB に垂直に交わる直線と線分 CD との交点を E とします。

次の 1, 2 の問いに答えなさい。



1 △AOC≡△DOC であることを証明しなさい。

2 線分 BC と線分 OD, 線分 OE との交点をそれぞれ点 F, 点 G とします。さらに, 点 A と点 D を結びます。
AB=4 cm, AC=3 cm のとき, 次の (1)～(3) の問いに答えなさい。

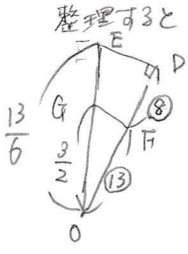
(1) 線分 OC の長さを求めなさい。
(2) 線分 AD の長さを求めなさい。
(3) 四角形 EGFD の面積を求めなさい。

1 △AOCと△DOCで
半径なので
AO=DO …①
共通の辺より
CO=CO …②
接線と接点を通る半径は
垂直に交わるので
∠OAC=∠ODC=90° …③
①,②,③より 直角三角形の斜辺と
他の辺がそれぞれ等しいので
△AOC≡△DOC

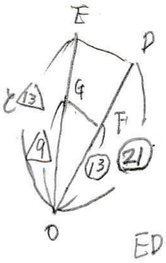
2 (1) AO=2, AC=3 より
$OC=\sqrt{AO^2+AC^2}=\sqrt{13}$　$\sqrt{13}$ cm (答)

(2) AD と CO の交点を N とすると
三角形の面積の関係より
AC×AO=CO×AN
$3\times 2=\sqrt{13}\times AN$ より
$AN=\frac{6\sqrt{13}}{13}$
AD=2×AN より　$AD=\frac{12\sqrt{13}}{13}$ cm (答)

(3)
$OG=\frac{3}{2}$ 中点連結定理　〔宮城県前期〕
△OEC は二等辺三角形で
CE=OE=x とおくと ED=3−x
△ODE で三平方の定理を用いると
$x^2=(3-x)^2+2^2$
$x^2=9-6x+x^2+4$
$6x=13$　$x=\frac{13}{6}$　$OE=\frac{13}{6}$
△CAD∽△ODB よりその相似比は
AC：DO＝3：2 であるから, $3:2=\frac{12\sqrt{13}}{13}:DB$　$DB=\frac{8\sqrt{13}}{13}$
∠CDA=∠DOC=∠ODB であるから
錯角が等しいので CO//DB
つまり △COF∽△BDF でその相似比は
$CO:BD=\sqrt{13}:\frac{8\sqrt{13}}{13}=13:8=OF:DF$
整理すると



すべて比で表すと



これより四角形EGFDの
△OEDにおける割合は
$1-\frac{3\times 13}{13\times 21}=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$
よって
$ED=\frac{5}{6}$　OD=2 より

四角形EGFD
$=\triangle EOD\times\frac{4}{7}=\frac{5}{6}\times 2\times\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}=\frac{10}{21}$ cm² (答)