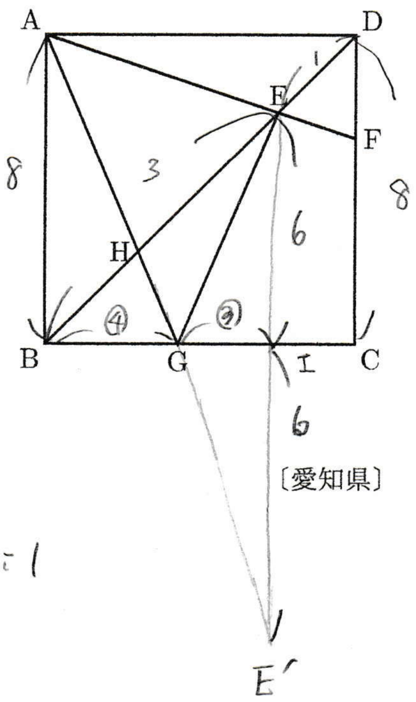
138

図で，四角形 ABCD は正方形である。E は，線分 DB 上の点で，DE : EB=1 : 3 であり，F は直線 AE と辺 DC との交点である。また，G は辺 BC 上にあり，線分 AG と線分 GE の長さの和が最小となる点で，H は線分 AG と EB との交点である。

AB=8 cm のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① △ABE の面積は △DEF の面積の何倍か，求めなさい。

② △AHE の面積は何 cm^2 か，求めなさい。



〔愛知県〕

①

△ABE∽△FDE

相似比は 3:1 より面積比は 9:1

9÷1=9　　9倍

②

EからBCにおろした垂線をEIとする。

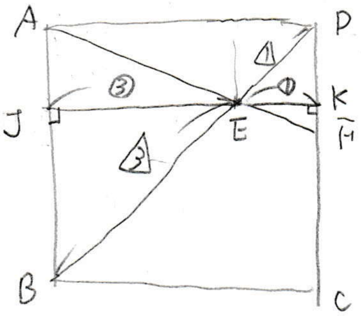
AGの延長線とEIの延長線との交点をE′とすると

AG+GEが最短であることからE′I=6となる。

このとき△ABH∽△E′EHとなり相似比は AB:E′E=8:12=2:3

つまり BH:EH=2:3

$\triangle AHE = \triangle ABE \times \frac{3}{2+3} = \frac{3}{5}\triangle ABE$ …①



左図より EからAB，DCにおろした垂線の長さの比，EJ:EK=3:1（DE:EB=1:3より）

であるから $EJ = \frac{3}{3+1} \times AD = 6$ …△ABEの高さ

よって $\triangle ABE = 8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 24$ …②

これと①より

$\triangle AHE = \frac{3}{5} \times 24 = \frac{72}{5}$　　$\frac{72}{5}$ cm^2