zukei152

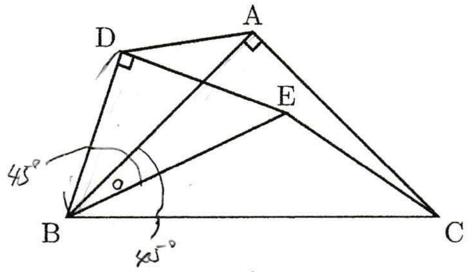
右の図のように, AB=AC, ∠BAC = 90° の直角二等辺三角形 ABC と DB=DE, ∠BDE = 90° の直角二等辺三角形 DBE がある。

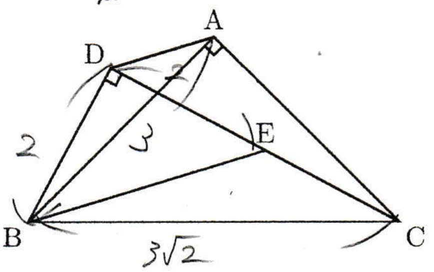
このとき, 次の問いに答えよ。

△ADB

(1) ~~△ABD~~∽△CEB であることを証明せよ。

(2) AB=3 cm, DB=2 cm とし, 3 点 D, E, C がこの順に一直線上に並ぶとき, △ADB の面積を求めよ。





〔福井県〕

(1)

△ADB と△CEB において

$DB : EB = 1 : \sqrt{2}$ …①

$AB : CB = 1 : \sqrt{2}$ …②

$\angle ABD = 45° - \angle ABE$

$\angle CBE = 45° - \angle ABE$ より

$\angle ABD = \angle CBE$ …③

①, ②, ③より 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので

△ADB∽△CEB

(2) (1)より △ADB∽△CEB より △CEB を求めてから相似比を利用して △ADB を求める

CD = x とすると

$x^2 + 2^2 = (3\sqrt{2})^2$

$x^2 + 4 = 18$

$x^2 = 14$

$x = \pm\sqrt{14}$　$x > 0$ より

$x = \sqrt{14} = CD$

よって　CE = CD − DE

$= \sqrt{14} - 2$

△CEB の面積 S_1 は

$S_1 = (\sqrt{14} - 2) \times 2 \times \frac{1}{2} = \sqrt{14} - 2$

△ADB と△CEB の相似比は $1 : \sqrt{2}$ なので

△ADB の面積を S_0 とすると 面積比は

$S_0 : S_1 = 1^2 : \sqrt{2}^2 = 1 : 2$　$S_1 = \sqrt{14} - 2$ なので

$S_0 : (\sqrt{14} - 2) = 1 : 2$

$S_0 = \dfrac{\sqrt{14} - 2}{2}$　　よって $\dfrac{\sqrt{14} - 2}{2}$ (cm²)