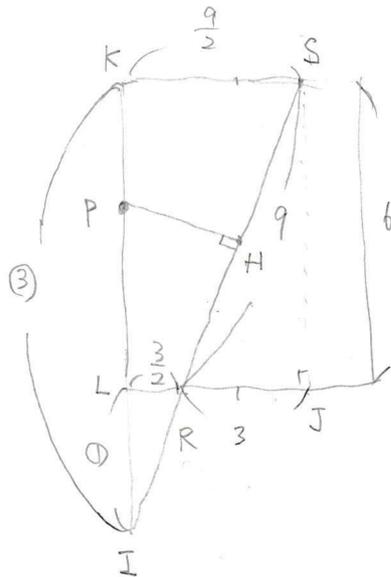
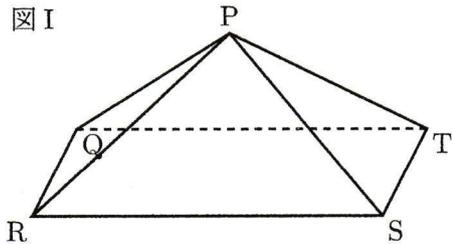


zukai 153

図Iのような長方形QRSTで、 $PQ=PR=PS=PT$ の四角錐がある。図IIは、この四角錐を、図IIの底面の半径が3cm、高さが $6\sqrt{2}$ cmの円錐の形をした容器に入れたものである。このとき、四角錐の頂点Q, Rは底面の円周上に、頂点S, Tは容器の口の円周上にそれぞれあり、頂点Pは容器の内側にぴったりとくっついた。

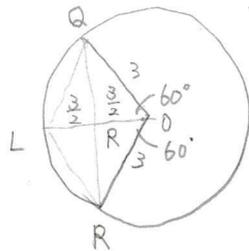
$\angle QOR = 120^\circ$ のとき、この四角錐の体積を求めなさい。



正四角錐の高さと相似を使って求める
求める高さPHとする。

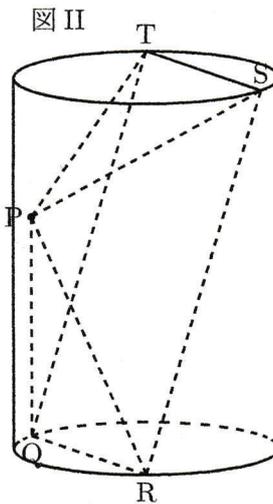
$$SR = \sqrt{ST^2 + RS^2} = \sqrt{72 + 9} = 9 \dots \textcircled{1}$$

$\angle QOR = 120^\circ$ より



右図より

$$QR = \frac{3}{2}\sqrt{3} \times 2 = 3\sqrt{3} \dots \textcircled{2}$$



$LR = \frac{3}{2}$ とより

$\triangle ILR \sim \triangle IKS$ の相似比は $\frac{3}{2} = \frac{9}{2} = 1:3$ (宮崎県)

$$KL = 6\sqrt{2} \text{ と } 3 \text{ の } 3$$

$$LI = x \text{ とおくと } LI:KL = 1:2 \text{ より}$$

$$x = 6\sqrt{2} = 1:2 \quad x = 3\sqrt{2}$$

$$\text{同様に } IR:RS = 1:2 \text{ の } RS = 9 \text{ より}$$

$$IR = 9 = 1:2 \quad IR = \frac{9}{2}$$

$\therefore H$ は SR の中点より

$$HR = \frac{9}{2} \text{ とより}$$

$$IH = IR + HR = 9$$

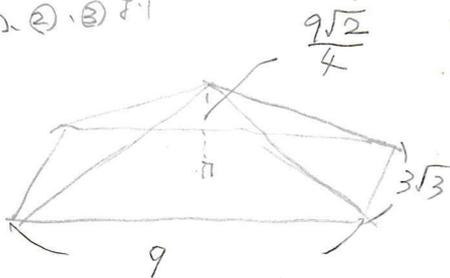


$\triangle ILR \sim \triangle IHP$ より

$$3\sqrt{2} = 9 = \frac{3}{2} : PH$$

$$3\sqrt{2} PH = \frac{27}{2} \quad PH = \frac{9}{2\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{4} \dots \textcircled{3}$$

①、②、③より



求める体積は

$$\frac{1}{3} \times 9\sqrt{3} \times 9 \times \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{81\sqrt{6}}{4}$$

$$\frac{81\sqrt{6}}{4} \text{ cm}^3$$