3zukei15

図１のように，１辺の長さが４cmの正方形ABCDを底面とし，高さが$2\sqrt{2}$cmの正四角錐OABCDがあります。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 辺OBの長さを求めなさい。。

(2) 図２は，図１の正四角錐OABCDを，△OBCが平面P上にくるようにしたものです。点Aから平面Pに垂線をひき，平面Pとの交点をHとします。線分AHの長さを求めなさい。

図１

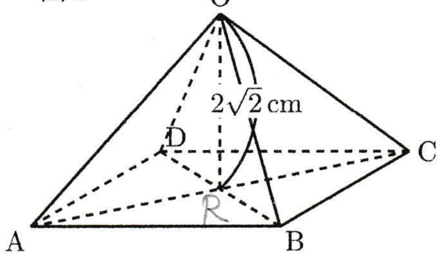
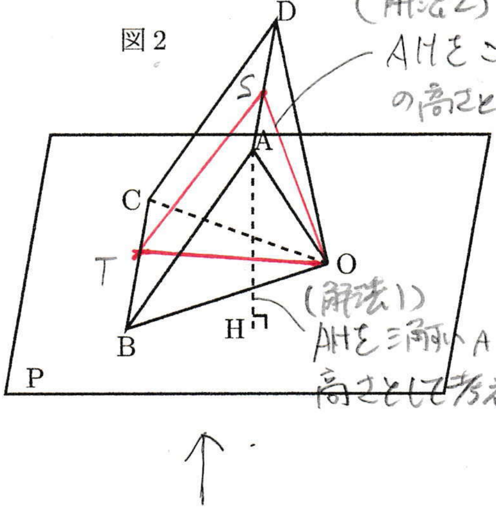


図２

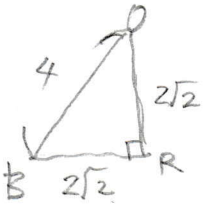


（解法２）
AHをこの三角形の高さとして考える

（解法１）
AHを三角すいA－CBOの高さとして考える

〔北海道〕

(1)



正四角錐の高さをORとすると
$OR = BR = 2\sqrt{2}$
$\angle ORB = 90°$より
$OB = 4$
（$1:1:\sqrt{2}$または三平方の定理で求める）

4cm

(2) 解法１

AHは三角すいA－CBOの高さとして考える

三角すいA－CBOの体積は正四角錐OABCDを底面の対角線ACで分けたものだから三角すいA－CBOの体積は$\frac{1}{2}$正四角錐OABCDとなる．

よって 三角錐A－CBOの体積$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ (cm³)

三角錐A－CBOの底面△CBOの面積は△CBOが1辺4cmの正三角形なので △CBO$= 4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}$ (cm²)

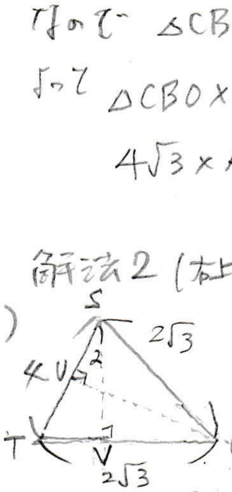
よって △CBO×AH×$\frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ なので

$4\sqrt{3} \times AH \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$　　$4\sqrt{3} \times AH = 16\sqrt{2}$

$AH = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$　　$\frac{4\sqrt{6}}{3}$cm

解法２（右上図参照）

（但し SV＝AH）



三角形の面積の関係から

$4 \times OU = 2\sqrt{3} \times SV$が成立する　$OU = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}$

$4 \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{3} \times SV$

$SV = \frac{4\sqrt{6}}{3}$　SV＝AHより $AH = \frac{4\sqrt{6}}{3}$cm