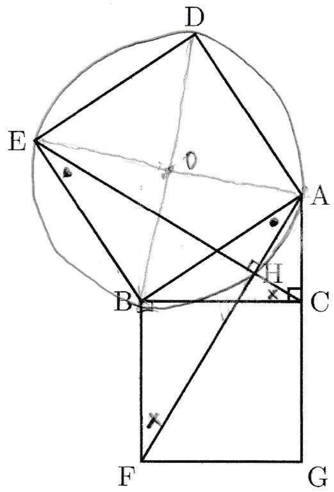
3zakei64

右の図のように, $\angle BCA = 90^\circ$ の直角三角形 ABC と, 辺 AB を１辺とする正方形 EBAD, 辺 BC を１辺とする正方形 BFGC がある。線分 AF, EC をひき, AF と EC の交点を H とする。

このとき, 1～3 の問いに答えなさい。



1 $\angle ABC = 35^\circ$ のとき, $\angle DAG$ の大きさを求めなさい。

2 $\triangle ABF \equiv \triangle EBC$ であることを証明しなさい。

3 BC=3cm, AC=2cm のとき, 次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) 四角形 ECAD の面積を求めなさい。

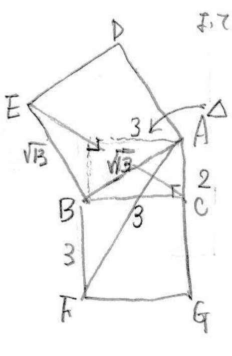
(2) 3 点 A, B, H を通る円をかくとき, この円において, 点 H を含む方の $\overset{\frown}{AB}$ の長さを求めなさい。
ただし, 円周率は π とします。

〔宮崎県〕

1 $\angle ABC = 35^\circ$ なら $\angle BAC = 55^\circ$
$\angle DAG = 90^\circ + 55^\circ$ より 145°

2 $\triangle ABF$ と $\triangle EBC$ において
仮定より $AB = EB$ …①
$BF = BC$ …②
$\angle ABF = 90^\circ + \angle ABC$
$\angle EBC = 90^\circ + \angle ABC$
より $\angle ABF = \angle EBC$ …③
①.②.③より 2組の辺とその間の角が
それぞれ等しいので $\triangle ABF \equiv \triangle EBC$

3.
(1) 四角形 ECAD = 正方形 EBAD + $\triangle ABC - \triangle EBC$
$\triangle EBC \equiv \triangle ABF$ より
四角形 ECAD = 正方形 EBAD + $\triangle ABC - \triangle ABF$ …①
$BC = 3$, $AC = 2$ より三平方の定理から $AB = \sqrt{13}$



よって①は
$\sqrt{13} \times \sqrt{13} + 3 \times 2 \times \frac{1}{2} - 3 \times 3 \times \frac{1}{2} = 13 + 3 - 9$
$= 16 - \frac{9}{2}$ $\frac{32}{2}$
$= \frac{23}{2}$

$\frac{23}{2} cm^2$

(2) 上1図参照
2より
$\angle BAF = \angle BEC$ より
$\angle BAH = \angle BEH$ (円周角) となるので
A, H, B, E, D は同一円周上にある
この円の中心を O とすると
$\angle AOB = 90^\circ$ となる。
このとき円の半径を x とすると
対角線は $2x$ となるので正方形の面積を
ひし形の面積を求める要領で求めると
$2x \times 2x \times \frac{1}{2} = 13$
$2x^2 = 13$
$x = \sqrt{\frac{13}{2}} = \frac{\sqrt{26}}{2}$ …円の半径
よって H を含む $\overset{\frown}{AB}$ の長さは
$2 \times \frac{\sqrt{26}}{2} \times \pi \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{\sqrt{26}}{4}\pi$

$\frac{\sqrt{26}}{4}\pi cm$