



難

図1は1辺の長さが4の正八面体である。

点A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, Lは正八面体の各辺の中点である。なお、正八面体において、同じ頂点を含まない2つの面は平行であることが知られている。

図1の正八面体を、正方形ABCDを含む平面、正方形BEJFを含む平面、正方形CFKGを含む平面、正方形AEIHを含む平面、正方形IJKLを含む平面でそれぞれ切る。このときできた正四角錐をそれぞれ取り去り、残った立体が図2である。

図2の立体について、次の各問いに答えなさい。

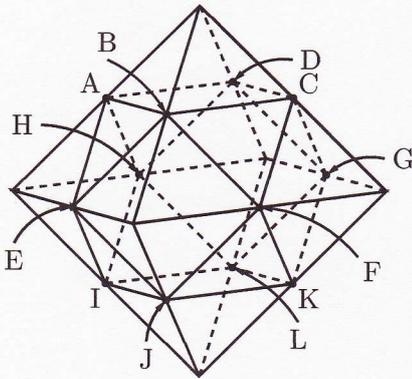


図1

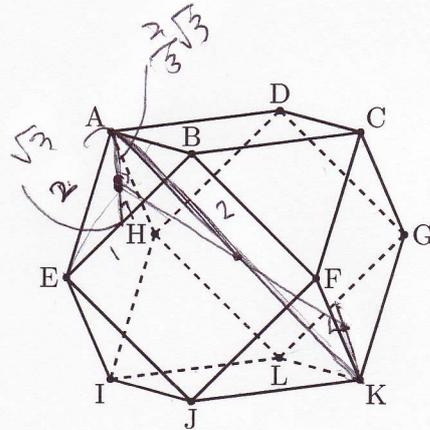


図2

- (1) この立体の体積を求めなさい。
- (2) 辺ABの中点をM、辺LKの中点をNとすると、線分MNの長さを求めなさい。
- (3) この立体を $\triangle LKG$ を下にして水平な面においたとき、この立体の高さを求めなさい。

[東京学芸大附属]

(1) $4 \times 4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{32\sqrt{2}}{3}$... 正八面体の半分 (正四面体) の体積 ... ①

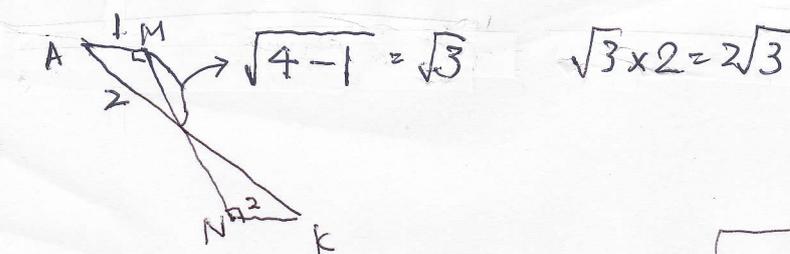
よりの正四面体との相似比は1:2であるから

体積比は1:8 およりの正四面体の体積は $\frac{32\sqrt{2}}{3} \div 8 = \frac{4\sqrt{2}}{3}$

よって体積は

$$\frac{32\sqrt{2}}{3} \times 2 - \frac{4\sqrt{2}}{3} \times 6 = \frac{64\sqrt{2}}{3} - \frac{24\sqrt{2}}{3} = \frac{40\sqrt{2}}{3} \quad \underline{\underline{\frac{40\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3}}$$

(2)



(3) この重心を7から考えるとわかりやすい

$$\sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{4 - \frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{3} \times 2 = \underline{\underline{\frac{4\sqrt{6}}{3}}}$$

