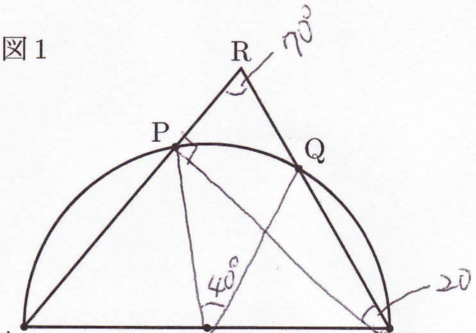
右の図1で, 点Oは線分ABを直径とする半円の中心である。点Pは, $\overset{\frown}{AB}$上にある点で, 点A, 点Bのいずれにも一致しない。点Qは$\overset{\frown}{BP}$上にある点で, 点B, 点Pといずれにも一致しない。点Aと点Pを結んだ線分APをPの方向に延ばした直線と点Bと点Qを結んだ線分BQをQの方向に延ばした直線の交点をRとする。次の問いに答えなさい。

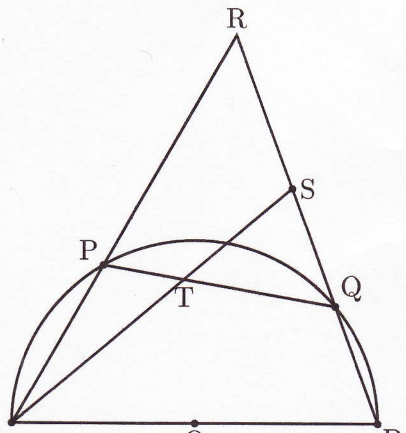
図1



[問1] 図1において, AB=6 cm, $\angle ARB = 70^\circ$のとき, $\overset{\frown}{PQ}$の長さは何cmか。ただし, 円周率はπとする。

[問2] 右の図2は, 図1において, BQ<QRとなるとき, 線分QRじょうにあり, BS=2BQとなる点をSとし, 点Aと点Sを結んだ線分ASと, 点Pと点Qを結んだ線分PQとの交点をTとした場合を表わしている。次の(1),(2)に答えなさい。

図2



(1) $\angle ARB = \angle QTS$であることを証明しなさい。

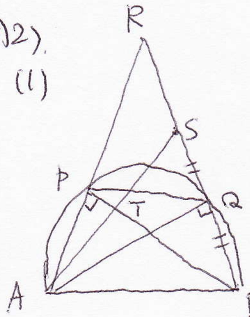
(2) $\overset{\frown}{AP}$の長さと$\overset{\frown}{PB}$の長さの比が1：2であるとき, △ATPの面積と四角形PTSRの面積の比を最も簡単な整数の比で表わしなさい。

〔東京都立青山〕

(問1) $6\pi \times \frac{40}{360} = \frac{2}{3}\pi$　　$\frac{2}{3}\pi$cm

(問2)

(1)



AとQを結ぶ

△ASQと△ABQで

SQ=BQ

AQ=AQ

∠SQA=∠BQAであるから

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので△ASQ≡△ABQ　これより　∠QST=∠ABR ―①

∠TQS= 90°−∠PQA

∠RAB = 90°−∠PBA

ここで ∠PQAと∠PBAは$\overset{\frown}{PA}$に対する円周角なので

∠PQA=∠PBAとなり

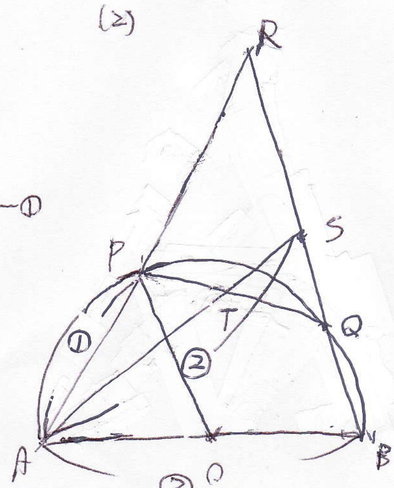
∠TQS=∠RAB ―②

△TSQと△RBAで①,②より 2組の角がそれぞれ等しいので △TSQ∽△RBA

よって∠QTS=∠ARB

ゆえに ∠ARB=∠QTS (終)

(2)



(1)より△APT∽△ASR

△ASBは二等辺三角形より

AB：AP＝AS：AP＝2：1 … 相似比

面積比は △APT：△ASR＝1：4

よって△ATP：四角形PTSR＝1：3