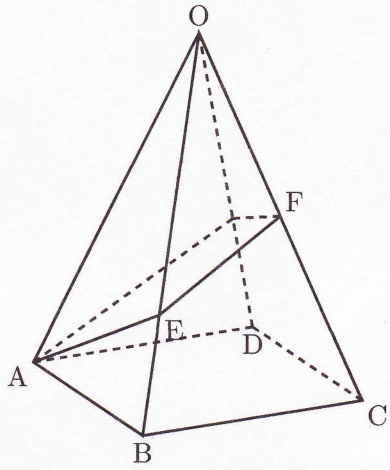
右の図で, 立体 OABCD は正四角錐である。正四角錐の側面に, 頂点 A から辺 OB, OC, OD と交わり, 頂点 A に戻るように糸を 1 周かけ, その糸の長さが最短となるときの糸と辺 OB, OC との交点をそれぞれ E, F とする。
OA=6 cm, $\angle AOB = 30^\circ$ のとき, 次の問いに答えなさい。

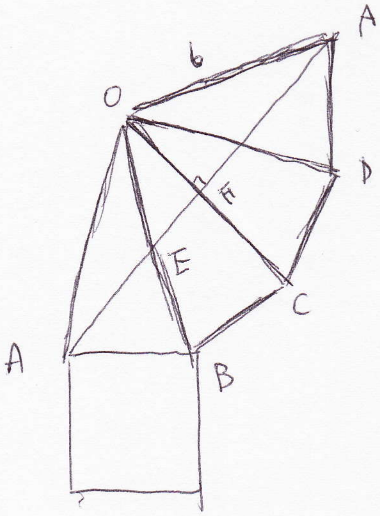
(1) 線分 FC の長さを求めなさい。

(2) 側面を展開図の表したとき, 線分 AB, BC, CD, DA と糸で囲まれた図形の面積を求めなさい。

(3) △ABE の面積を求めなさい。

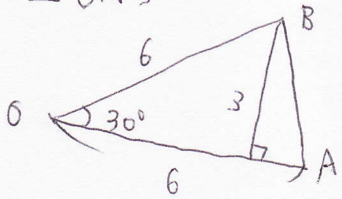


〔愛知 B 改〕



△OFA
は 1:2:√3 の直角三角形
よって OA=6 より
OF=3
ゆえに FC=3 cm

(2)
△OAB



左図のようになるから
$\triangle OAB = 6 \times 3 \times \frac{1}{2} = 9$ (cm²)

側面積は $9 \times 4 = 36$ (cm²) これから △OFA を2つ分引けばよいので
求める面積は $36 - 3\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} \times 2 = 36 - 9\sqrt{3}$ (cm²)

(3)
△OAE も 1:2:√3 の直角三角形であるから $OE = 6 \div \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
ゆえに $EB = 6 - 2\sqrt{3}$ (cm)
求める面積は $(6 - 2\sqrt{3}) \times 3 \times \frac{1}{2} = 9 - 3\sqrt{3}$ cm²