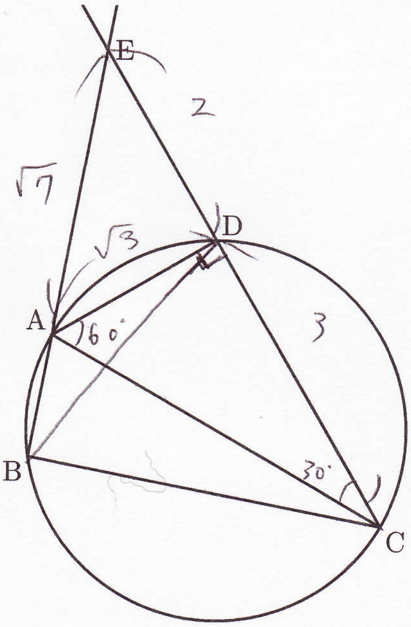
右の図において，四角形 ABCD は円に内接しており，AC は円の直径で，$\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{DC}=1:2$ である。また，点 E は直線 AB, CD の交点で，$AD=\sqrt{3}$, DE=2 である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) △EBD ∽ △ECA を証明しなさい。

(2) 線分 AB の長さを求めなさい。

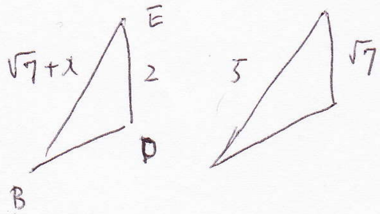
(3) 四角形 ABCD の面積を求めよ。




〔愛光〕

(1)
△EBDと△ECAで
共通な角より
∠BED=∠CEA …①
$\overset{\frown}{AD}$の円周角より
∠EBD=∠ECA …②
①,②より2組の角がそれぞれ
等しいので △EBD∽△ECA

(2) $\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{DC}=1:2$ より ∠DAC=60°, ∠DCA=30°　$AD:\sqrt{3}$より DC=3
三平方の定理より △EADにおいて $EA=\sqrt{3+4}=\sqrt{7}$
AB=$x$とおくと




$(\sqrt{7}+x):2=5:\sqrt{7}$
$7+\sqrt{7}x=10$
$x=\frac{3\sqrt{7}}{7}$　　$AB=\frac{3\sqrt{7}}{7}$

(3) 四角形ABCD=△ABC+△ADC
三平方の定理より $AC=2\sqrt{3}$　　$AB=\frac{3\sqrt{7}}{7}$ であるから 三平方の定理より
$BC=\frac{5\sqrt{21}}{7}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{3\sqrt{7}}{7}\times\frac{5\sqrt{21}}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{3\times\sqrt{7}\times5\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}\times1}{7\times7\times2}=\frac{15\sqrt{3}}{14}$

$\triangle ADC=\sqrt{3}\times3\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

求める面積 $=\frac{15\sqrt{3}}{14}+\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{14}+\frac{21\sqrt{3}}{14}=\frac{36\sqrt{3}}{14}=\frac{18\sqrt{3}}{7}$　　$\frac{18\sqrt{3}}{7}$