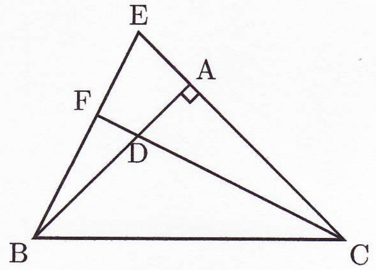
右の図のように, AB=AC=3 cm, ∠BAC = 90° の直角二等辺三角形があり, 辺 AB 上に AD=1 cm となる点 E をとる。また, CD の延長と BE との交点を F とする。このとき, 次の (1)〜(3) に答えなさい。

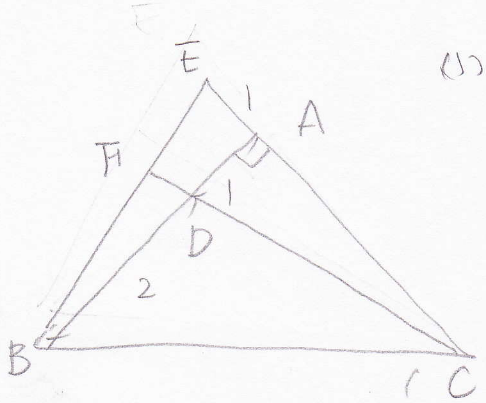


(1) BE の長さを求めなさい。

(2) △BDF ∽ △CDA である。このことを証明しなさい。

BDF
(3) △B~~CF~~ の面積を求めなさい。なお, 途中の計算式も書くこと。

〔石川〕



(1) 三平方の定理より

$BE = \sqrt{10}$ cm

(2) △ADCと△AEBで仮定より

AD=AE …①

AC=AB …②

$CD = BE = \sqrt{10}$ cm …③

①,②,③より 3組の辺がすべて等しいので

△ADC≡△AEB

よって∠ACD=∠ABE=∠FBD …④

△BDFと△CDAにおいて

仮定より

∠BDF=∠CDA …⑤

④より ∠FBD=∠ACD …⑥

⑤,⑥より 2組の角がそれぞれ等しいので △BDF∽△CDA

(3) 相似比

△BDF : △BEA

$= 2 : \sqrt{10}$

より

面積比

$4 : 10 = 2 : 5$

$△BDF = \frac{2}{5} △BEA$

$= \frac{2}{5} \times 1 \times 3 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{5}$

$\frac{3}{5}$ cm²