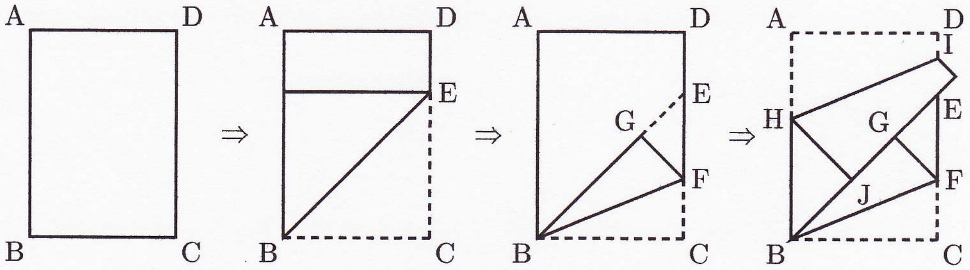
下の図1のような, 縦と横の長さの比が $\sqrt{2}:1$ の長方形ABCDを, 次の①〜③のように折ります。

① 図2のように, 辺BCが辺BAと重なるように折ったとき, 折り目の線をBEとし, もとに戻します。

② 図3のように, 線分CF上の点Fを通る線分BFを折り目として点Cが線分BE上に重なるように折り, 点Cの移った点をGとします。

③ 図4のように, 辺AB上の点H, 線分DE上の点Iを通る線分HIを折り目押して, 辺ADが線分BEに重なるように折り, 点Aの移った点をJとします。

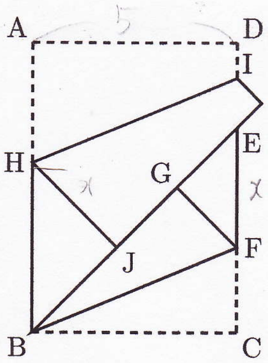


このとき, 次の各問いに答えなさい。

(1) △BJH ∽ △EGF が相似であることを証明しなさい。

(2) AD=5 cm のとき, 線分EFの長さを求めなさい。

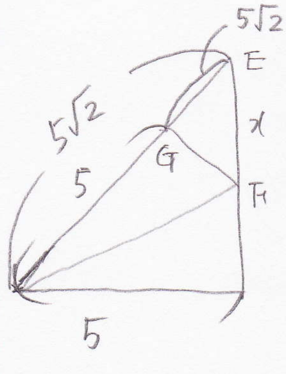
(3) △BJHの面積が $2\,\mathrm{cm}^2$ のとき, 長方形ABCDの面積を求めなさい。



〔埼玉〕

(1) △BJHと△EGFで
仮定より
∠BJH=∠EGF=90° …①
AB//DCより錯角は等しいので
∠JBH=∠GEF …②
①,②より2組の角がそれぞれ等しいので
△BJH∽△EGF

(2)



BE=5√2
BG=BC=5より
GE=5√2-5
△GEFは1:1:√2の直角二等辺三角形より

EF=√2×(5√2-5)
よって
EF=10-5√2 (cm)

1

(3) △BHJも直角二等辺三角形
BJ=HJ=xとおくと
$\frac{x^2}{2}=2$ (x>0) x=2 BH=2√2
AB=2+2√2 BC:AB=1:√2より
BC:2+2√2=1:√2
BC=√2+2

(√2+2)(2+2√2)=2√2+4+4+4√2
=6√2+8
6√2+8(cm²)