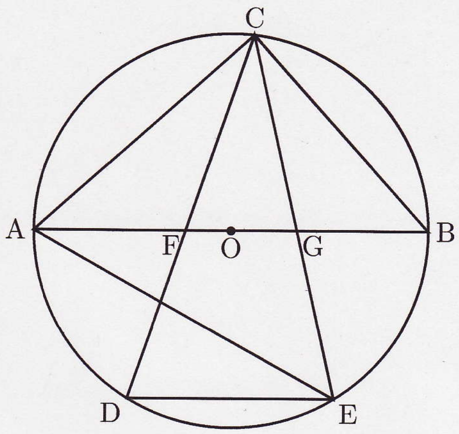
【難】右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に点 C があり，C を含まない $\overset{\frown}{AB}$ 上に点 D を，$\overset{\frown}{AD}$ の長さが $\overset{\frown}{DB}$ の長さより短くなるようにとる。D を通り，線分 AB に平行な直線と円 O との交点のうち，D と異なる点を E とし，線分 AB と線分 CD，線分 CE との交点をそれぞれ F，G とする。
このとき，次の各問いに答えなさい。

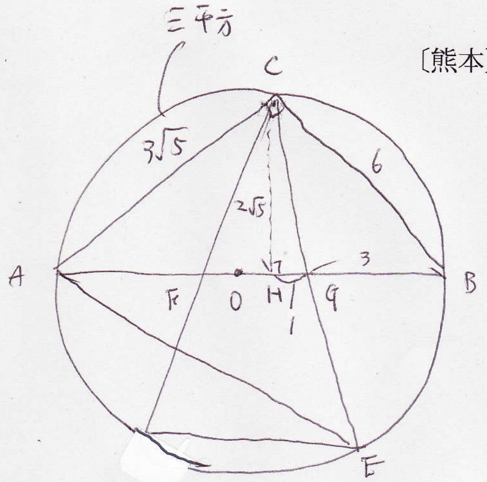
(1) △AEC ∽ △FBC であることを証明しなさい。

(2) AB=9 cm，BC=6 cm，BG=3 cm のとき，線分 BF の長さを求めなさい。

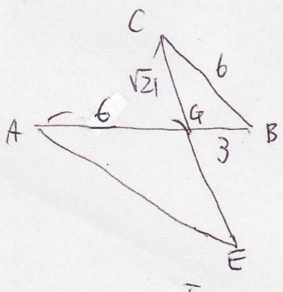


〔熊本〕

(1) △AECと△FBCで
$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいので
∠AEC=∠FBC …①
$\overset{\frown}{CE}$に対する円周角は等しいので
∠EAC=∠EDC …②
AB∥DEより同位角は等しいので
∠EDC=∠BFC …③
②③より ∠EAC=∠BFC …④
①④より2組の角がそれぞれ等しいので
△AEC∽△FBC

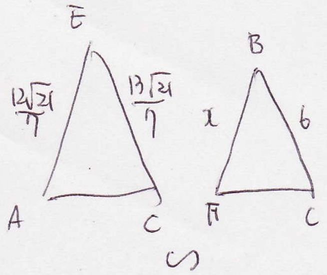


三角形の面積の関係より △ACBで
$3\sqrt{5}\times 6 = 9\times CH$　　$CH=2\sqrt{5}$
△CHBで三平方の定理より $HB=\sqrt{36-20}=4$
$HB=4$，$BG=3$ より $HG=1$
△CHGで三平方の定理より $CG=\sqrt{21}$



$6 : AE = \sqrt{21} : 6$
$AE = \frac{36}{\sqrt{21}} = \frac{12\sqrt{21}}{7}$
$3 : GE = \sqrt{21} : 6$
$GE = \frac{6\sqrt{21}}{7}$ → $CE = \sqrt{21} + \frac{6\sqrt{21}}{7} = \frac{13\sqrt{21}}{7}$

1



$\frac{12\sqrt{21}}{7} : \frac{13\sqrt{21}}{7} = x : 6$
$12 : 13 = x : 6$
$x = \frac{72}{13}$