右の図1のように, AB=ACの二等辺三角形ABCがあり, 2辺AC, BCをそれぞれ1辺とする正方形ACDE, BFGCを二等辺三角形ABCの外側につくる。また, 点Aと点Fを結び△ABFを, 点Bと点Dを結び△DCBをそれぞれつくる。このとき, 次の問いに答えなさい。

1. $\triangle ABF \equiv \triangle DCB$であることを証明しなさい。
2. 右の図2のように, $\angle BAC = 90^\circ$で, BC=2 cmであるとき,
   (1) 線分BDの長さを求めよ。
   (2) 線分AFと, 線分BD, BCとの交点をH, Iとする。このとき, 線分HIの長さを求めよ。

図1

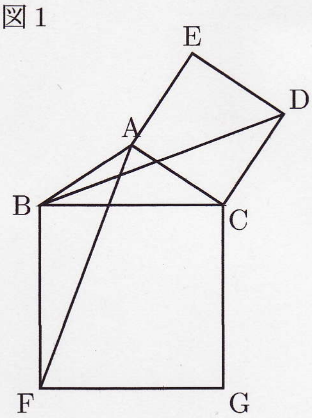
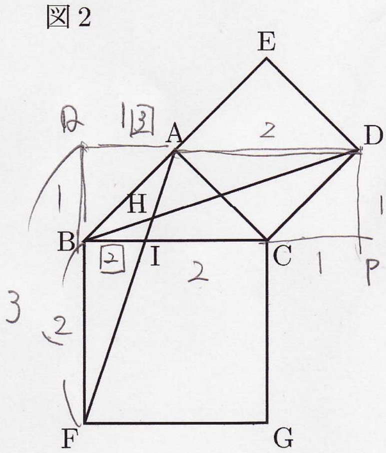


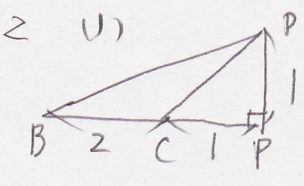
図2



〔愛媛〕

1. △ABFと△DCBで
仮定より
BF=CB …①
AB=DC …② (AB=AC=DCより)
∠ABF=90°+∠ABC
∠DCB=90°+∠ACB
∠ABC=∠ACBであるから
∠ABF=∠DCB …③
①,②,③より 2組の辺とその間の角が
それぞれ等しいので
△ABF≡△DCB

2 (1)



$BD = \sqrt{9+1}$
$= \sqrt{10}$ cm

(2) 上図より AQ : IB = ③ : ②
$AQ = \frac{1}{2}BC$ より BC = ⑥ = AD
△ADI ∽ △IBH で 相似比は 3:1
よって $HI = AF \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$
$AF = BD = \sqrt{10}$ より
$\frac{\sqrt{10}}{12}$ cm