72

AB=6 cm, AD=$6\sqrt{2}$ cm の長方形 ABCD の紙がある。
図 1 は, 長方形 ABCD において, ∠ABC の二等分線と辺 AD の交点を E, ∠EBC の二等分線と辺 DC の交点を F とし, 点 E と点 F を結んだものである。
図 2 は, 長方形 ABCD の紙を, 辺 AD と辺 BC が交わるように, 対角線 BD を折り目として折った図形を表わしている。
ただし, 紙の厚さは考えないものとする。
次の (1) は指示に従って答え, (2), (3) は $\boxed{}$ の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。ただし, 根号を使う場合は $\sqrt{}$ の中を最も小さい整数にすること。また, 円周率は π を表わす。

(1) 図 1 において,「△EBF ≡ △CBF」であることを, 証明しなさい。

(2) 図 1 において, 線分 EF の中点を G とし, 線分 BF 上に AP+PG の長さが最も短くなるように点 P をとるとき, AP+PG の長さは $\boxed{}$ cm である。

(3) 図 2 において, 図 2 の図形を直線 BD を軸として 1 回転させてできた立体の体積は $\boxed{}$ cm^3 である。

〔福岡〕

図 1

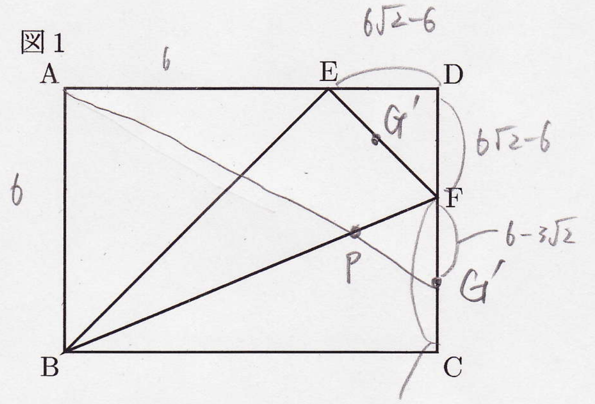
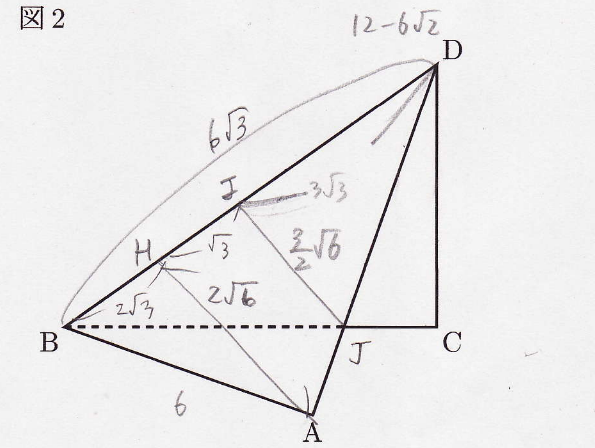


図 2



36+72　　36 − 24

(1) △EBF と △CBF で

AB = AE = 6 cm, ∠A = 90° より BE = $6\sqrt{2}$ cm

よって BE = BC …①

∠FBE = ∠FBC …②

BF = BF …③

①, ②, ③ より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので △EBF ≡ △CBF

(2) DF = $6\sqrt{2}-6$, FG' = $6-3\sqrt{2}$ より

DG' = $(6\sqrt{2}-6)+(6-3\sqrt{2})$

$= 3\sqrt{2}$

AD = $6\sqrt{2}$ より

AG' = $\sqrt{18+72} = \sqrt{90}$

$= 3\sqrt{10}$ cm

(3)

$AH \times 6\sqrt{3} = 6 \times 6\sqrt{2}$

$AH = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$

△BHA を 1 回転させた立体 × 2

(△DHA を 1 回転 − △AIJ を 1 回転) × 2

$(2\sqrt{6})^2\pi \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{3} \times 2 = 32\sqrt{3}\pi$

$\left\{(2\sqrt{6})^2\pi \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{3} - \left(\frac{3\sqrt{6}}{2}\right)^2\pi \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{3}\right\} \times 2$

$= \left(32\sqrt{3}\pi - \frac{27}{2}\sqrt{3}\pi\right) \times 2$

$= 64\sqrt{3}\pi - 27\sqrt{3}\pi$

$= 37\sqrt{3}\pi$

$32\sqrt{3}\pi + 37\sqrt{3}\pi = 69\sqrt{3}\pi$ cm3