右の図1は, AC=BC=2 cm, ∠ACB = 90° の直角二等辺三角形ABCを底面とし, CD=2 cmを高さとする三角すいである。
また, 3点E, F, Gはそれぞれ辺AD, 辺CD, 辺BCの中点である。
このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) この三角すいの体積を求めなさい。

(2) この三角すいの表面上に, 点Bから辺CDと交わるように, 点Eまで線を引く。このような線のうち, 長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

(3) 右の図2のように, この三角すいの線分AF上に点Pを線分AFと線分GPが垂直となるようにとる。
このとき, 線分GPの長さを求めなさい。

図1

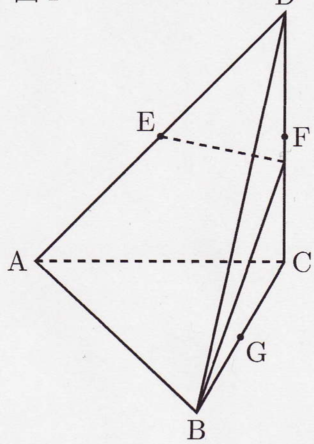
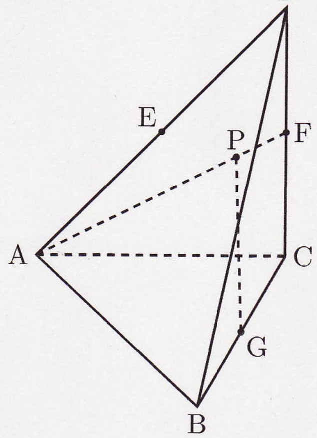


図2

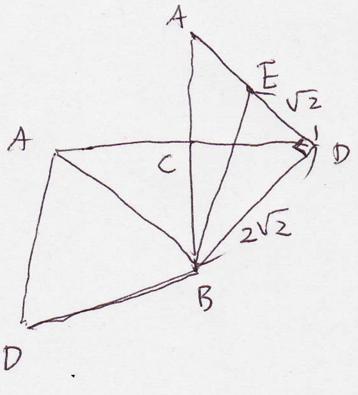


(1)

$2\times2\times\frac{1}{2}\times2\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

$\frac{4}{3}$ cm³

(2)



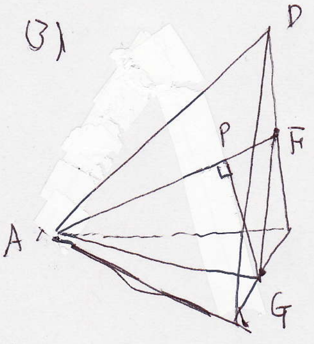
展開図は左図のよう

よって

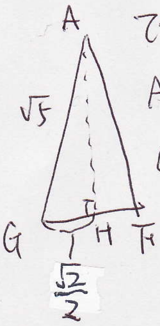
$\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{10}$

$\sqrt{10}$ cm

(3)



△AGFは AF=AG=√5, FG=√2の二等辺三角形で GFを底辺とすると高さAHは



$AH=\sqrt{(\sqrt{5})^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{5-\frac{1}{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

GPは AFを底辺としたときの高さなので

GF×AH=AF×GPが成立する

$\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\sqrt{5}\times GP$

$GP=\frac{3}{\sqrt{5}}$　よって　$GP=\frac{3\sqrt{5}}{5}$