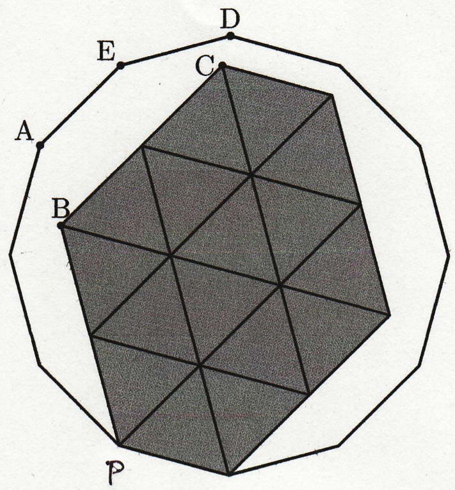
1辺の長さが1の正十二角形の内部に1辺の長さが1の正三角形16個を右図のように並べた(網掛け部分), 図の5つの頂点を A,B,C,D,E とする。

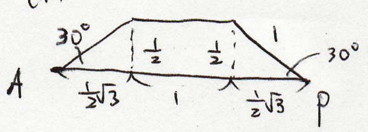
(1) 2点 A,B 間の距離を求めよ。

(2) 2点 C,D 間の距離を求めよ。

(3) 五角形 ABCDE の面積を求めよ。



(1)



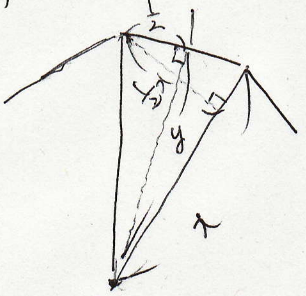
$AP = \frac{1}{2}\sqrt{3} \times 2 + 1$

$= \sqrt{3} + 1$

$BP = 2$ より $AB = \sqrt{3} - 1$

〔H23 灘高校入試〕

(2)



三角形の面積の関係から

$x \times \frac{1}{2}x = 1 \times y \rightarrow \frac{1}{2}x^2 = y$ …①

三平方の定理より

$x^2 = \frac{1}{4} + y^2$ …②　①,②から $y = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$

つまり $\frac{2+\sqrt{3}}{2} \times 2 = 2+\sqrt{3}$ また1辺が1の正三角形の高さは $\frac{1}{2}\sqrt{3}$、これが4つあるので $\frac{1}{2}\sqrt{3} \times 4 = 2\sqrt{3}$

よって $CD = 2+\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$

(3) 正十二角形の面積は $\frac{2+\sqrt{3}}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \times 12$ これから台形2つと長方形1つひいて2でわればよい

$\left\{ \frac{2+\sqrt{3}}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \times 12 - 1 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 16 - (\sqrt{3}+2) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 - (2-\sqrt{3}) \times 1 \right\} \times \frac{1}{2}$

$= \left(3 - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{2} - \frac{1}{4}\sqrt{3}$