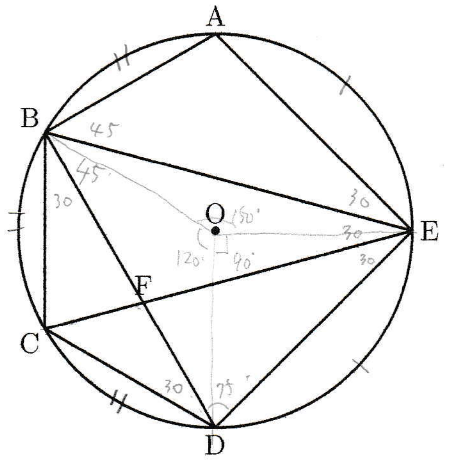
32い形 103

半径 4 cm の円 O がある。

右の図のように, 円 O の周上に 4 点 A, B, C, D を, $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD}$ となるようにとり, $\overset{\frown}{BC}$ を除く円周上に点 E を $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{ED}$ となるようにとり, 五角形 ABCDE をつくる。対角線 BD, BE, CE をひき, 対角線 BD と対角線 CE との交点を F とする。

次の (1) は指示にしたがって, (2) は最も簡単な数で答えよ。

ただし, 根号を使う場合は $\sqrt{}$ の中を最も小さい整数にすること。



(1) 図において △FCD と相似な三角形を 1 つ選び, その三角形と △FCD が相似であることを証明せよ。

(2) 図において, ∠AED = 90° とするとき, △BDE の面積を求めよ。

〔福岡県〕

(1) 例 △FCDと△FBEで

$\overset{\frown}{DE}$に対する円周角は等しいので

∠DCF = ∠EBF …①

$\overset{\frown}{CB}$に対する円周角は等しいので

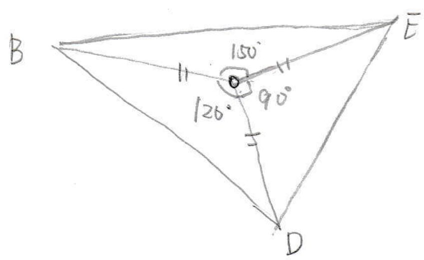
∠CDF = ∠BEF …②

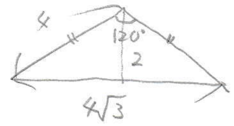
①, ②より 2組の角がそれぞれ等しいので

△FCD ∽ △FBE

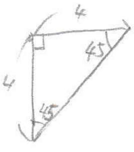
(2)

∠AED = 90°より $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は30°

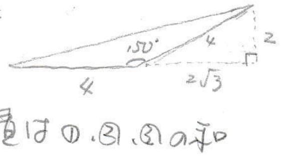


△OBD = 

$4\sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}$ …①

△ODE = 

$4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$ …②

△OBE 

$4 \times 2 \times \frac{1}{2} = 4$ …③

よって 求める面積は①, ②, ③の和

$12 + 4\sqrt{3}$ (cm²)