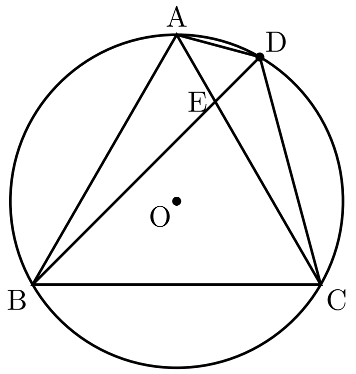
正三角形 ABC と, 3 点 A, B, C を通る半径 2 cm の円 O がある。この円 O の点 B を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ 上に 2 点 A, C と異なる点 D をとる。

このとき, 次の 1, 2 に答えなさい。ただし, 円周率は π とする。

図 1



1 図 1 のように, 点 D が, 点 B を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ において, $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ と $\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$ の長さの比が 1 : 3 となるような位置にあるとする。また, 線分 AC, BD の交点を E とする。

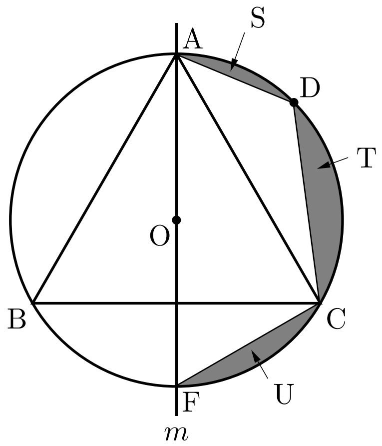
このとき (1)〜(3) に答えなさい。

(1) ∠ACD の大きさを求めなさい。

(2) 線分 CD の長さを求めなさい。

(3) △ABD と相似な三角形をすべて書きなさい。ただし, 相似な三角形の対応する頂点は △ABD と同じ順序で書くこと。

図 2



2 図 2 において, 線分 AF は円 O の直径であり, 直線 m は 2 点 A, F を通る直線である。また, で示したように, 円 O の点 B を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$, $\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$, $\overset{\frown}{\mathrm{CF}}$ と弦 AD, DC, CF とで囲まれた部分を S, T, U とする。

このとき, 次の (1), (2) に答えなさい。

(1) 点 D を, 直線 m を軸として 1 回転させてできる図形は円になる。
この円の面積が $2\pi\,\mathrm{cm}^2$ となるような位置に点 D があるとき, 点 B を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ において, $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ と $\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$ の長さの比を, 最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) 点 D が, S, T, U の面積の和が最小になるような位置にあるとする。
このとき, S, T, U を, 直線 m を軸として 1 回転させたときに, S, T, U それぞれが動いてできる立体の体積の和を求めなさい。

〔山梨県〕