a, b を定数として 2 次関数

$$y = -x^2 + (2a+4)x + b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

について考える。関数①のグラフ G の頂点の座標は

$$\left(a + \boxed{\text{ア}},\ a^2 + \boxed{\text{イ}}\,a + b + \boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。以下，この頂点が直線 $y = -4x - 1$ 上にあるとする。このとき，

$$b = -a^2 - \boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オカ}}$$

である。

$$y = -\{x-(a+2)\}^2 + (a+2)^2 + b$$

$$= -\{x-(a+2)\}^2 + a^2+4a+b+4$$

$(a+2,\ a^2+4a+b+4)$ アイウ

$a^2+4a+b+4 = -4(a+2)-1$

$b = -a^2-4a-4-4a-8-1$

$\therefore\ b = -a^2-8a-13$ エオカ

頂点 $(a+2,\ -4a-9)$

12センター2

(1) グラフ G が x 軸と異なる2点で交わるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$$

である。また, G が x 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるような a の値の範囲は

$$-\boxed{コ} - \sqrt{\boxed{サ}} < a < -\boxed{コ} + \sqrt{\boxed{サ}}$$

である。

判別式

$D/4 > 0$ より

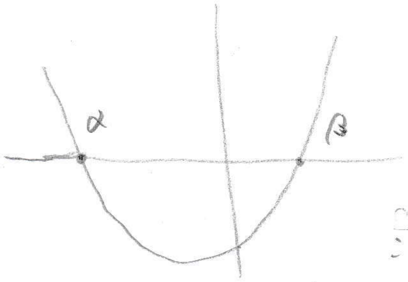
$(a+2)^2 + b > 0$

$(a+2)^2 - a^2 - 8a - 13 > 0$

$a^2 + 4a + 4 - a^2 - 8a - 13 > 0$

$-4a > 9$

$a < -\frac{9}{4}$ キクケ …①



$\alpha\beta < 0$

$\alpha\beta$ は解と係数の関係により

$\alpha\beta = a^2 + 8a + 13$

$a^2 + 8a + 13 < 0$

$a = -4 \pm \sqrt{16-13} = -4 \pm \sqrt{3}$

$-4-\sqrt{3} < a < -4+\sqrt{3}$

これと①より

$-4-\sqrt{3} < a < -4+\sqrt{3}$ コサ

$^3/_3$

12センタ2

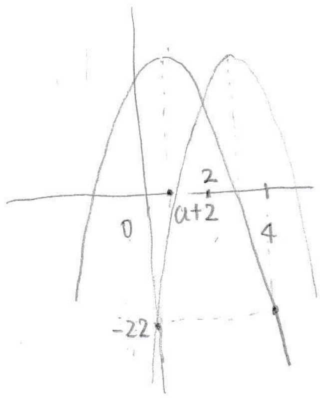
(2) 関数①の $0 \leqq x \leqq 4$ における最小値が -22 となるのは

$a = \boxed{シス}$ または $a = \boxed{セ}$

のときである。また a $\boxed{セ}$ のとき, 関数①の $0 \leqq x \leqq 4$ における最大値は $\boxed{ソタチ}$ である。

一方, $a = \boxed{シス}$ のときの①のグラフを x 軸方向に $\boxed{ツ}$, y 軸方向に $\boxed{テトナ}$ だけ平行移動させると, $a = \boxed{セ}$ のとき, グラフと一致する。

〔12 センター試験〕



軸 $a+2$ が

$a+2 \leqq 2$ のとき $a \leqq 0$ では, $x=4$ で最小値となる.

$\cancel{-16} + 8a + \cancel{16} - a^2 - 8a - 13 = -22$

$a^2 = 9$　$a = \pm 3$　$a \leqq 0$ より $a = -3$

軸 $a+2$ が

$a+2 > 2$ のとき $a > 0$ では $x=0$ で最小値となる

$-a^2 - 8a - 13 = -22$　$a^2 + 8a - 9 = 0$

$(a+9)(a-1) = 0$　$\therefore a = -9, 1$　$a > 0$ より $a = 1$

$a = -3$, $a = 1$ … シスセ

$a = 1$ のとき　$y = -x^2 + 6x - 22 = -(x-3)^2 - 13$　$x = 3$ のとき最大値 -13 … ソタチ

$a = -3$ のとき　$y = -x^2 - 2x + 2 = -(x+1)^2 + 3$

$a = 1$ のとき 頂点 $(3, -13)$　$a = -3$ のとき 頂点 $(-1, 3)$

$\therefore$ ツ 4　テトナ -16