

12カンナ - 25
3 1/2

$\{a_n\}$ を $a_2 = -\frac{7}{3}$, $a_5 = -\frac{25}{3}$ である等差数列とし、自然数 n に対して、
 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおく。

$a_1 = \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$ であり、 $\{a_n\}$ の公差は エオ である。したがって

$$a_n = \text{カキ}n + \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$S_n = \text{コ}n^2 + \frac{\text{サ}}{\text{シ}}n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。

ヒラXがないときは実験

1, 3, 5, 7 間隔3つ! $-\frac{25}{3} - (-\frac{7}{3}) = -\frac{18}{3} = -6$
 $a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5$

$-6 \div 3 = -2 \dots$ 公差 $a_2 - (-2) = a_1$ より $a_1 = -\frac{1}{3} \dots$ アイウ
(エオ) ++

$a_n = -2n + \frac{5}{3} \dots$ カキクケ ++

$\therefore S_n = \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n -2k + \frac{5}{3}$
 $= -2 \cdot \frac{1}{2} n(n+1) + \frac{5}{3}n$
 $= -n^2 - n + \frac{5}{3}n$
 $= -n^2 + \frac{2}{3}n \dots$ コ ++ ++ ++

次に、数列 $\{b_n\}$ は

$$\sum_{k=1}^n b_k = \frac{4}{3}b_n + S_n \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots ①$$

を満たすとする。数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよう。①から、 $b_1 = \boxed{\text{ス}}$ である。

さらに $\sum_{k=1}^{n+1} b_k = \sum_{k=1}^n b_k + b_{n+1}$ に注意して、①を利用すると

$$b_{n+1} = \boxed{\text{セ}} b_n + \boxed{\text{ソ}} n + \boxed{\text{タ}} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

が成り立ち、この等式は

$$\begin{aligned} b_{n+1} + \boxed{\text{チ}}(n+1) + \boxed{\text{ツ}} \\ = \boxed{\text{セ}}(b_n + \boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}}) \end{aligned}$$

n だけ

と変形できる。ここで

$$c_n = b_n + \boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots ②$$

とおくと、 $\{c_n\}$ は $c_1 = \boxed{\text{テ}}$ 、公比が $\boxed{\text{ト}}$ の等比数列であるから、②により

$$b_n = \boxed{\text{ナ}} \boxed{\text{ニ}} - \boxed{\text{ヌ}} n - \boxed{\text{ネ}} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ニ}}$ については、当てはまるものを、次の①~④のうちから一つ選べ。

- ① $n-2$
- ② $n-1$
- ③ n
- ④ $n+1$
- ⑤ $n+2$

005

$$b_1 = \frac{4}{3}b_1 - 1 + \frac{2}{3} \quad -\frac{1}{3}b_1 = -\frac{1}{3} \quad \therefore b_1 = 1 \quad \underline{\text{ス}}$$

$$\frac{4}{3}b_{n+1} + S_{n+1} = \frac{4}{3}b_n + S_n + b_{n+1}$$

$$\frac{4}{3}b_{n+1} - (n+1)^2 + \frac{2}{3}(n+1) = \frac{4}{3}b_n - n^2 + \frac{2}{3}n + b_{n+1}$$

$$\frac{1}{3}b_{n+1} = \frac{4}{3}b_n + 2n + \frac{1}{3} \quad \therefore b_{n+1} = 4b_n + 6n + 1 \quad \underline{\text{セ}}$$

$$b_{n+1} + a(n+1) + b = 4(b_n + an + b) \quad \text{よ} \quad 3a = 6 \quad \therefore a = 2, \quad 3b - a = 1 \quad \text{よ} \quad b = 1$$

$$\therefore \underline{\text{チ}} = 2 \quad \underline{\text{ツ}} = 1 \quad c_n = b_n + 2n + 1 \quad \therefore c_1 = b_1 + 3 = 4 \quad \underline{\text{テ}}$$

$\therefore c_n$ は 初項 4、公比 4 の等比数列

$$c_n = 4 \cdot 4^{n-1} = 4^n \quad \text{よ} \quad \text{上}$$

$$b_n + 2n + 1 = 4^n \quad \text{よ} \quad \text{2}$$

$$b_n = 4^n - 2n - 1 \quad \text{よ} \quad \text{ナ} = \text{ヌ} \text{ネ} \\ \text{よ} \quad \text{ニ} = \text{②}$$