2015 IA-5 1/2

以下では, $a=756$ とし, m は自然数とする。

(1) a を素因数分解すると

$$a=2^{\boxed{\text{ア}}}\cdot 3^{\boxed{\text{イ}}}\cdot \boxed{\text{ウ}}$$

である。

a の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

(2) $\sqrt{am}$ が自然数となる最小の自然数 m は $\boxed{\text{カキ}}$ である。$\sqrt{am}$ が自然数となるとき, m はある自然数 k により, $m=\boxed{\text{カキ}}\,k^2$ と表される数であり, そのときの $\sqrt{am}$ の値は $\boxed{\text{クケコ}}\,k$ である。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 756 \\ 2 & 378 \\ 3 & 189 \\ 3 & 63 \\ 3 & 21 \\ & 7 \end{array}$$

$a=2^2\times 3^3\times 7$　ア…2, イ…3, ウ…7

$(2+1)\times(3+1)\times(1+1)=24$ コ …エオ

$\sqrt{am}=6\sqrt{21m}$　より $m=21$ …カキ

$\sqrt{am}=\sqrt{2^2\cdot 3^4\cdot 7^2}\cdot k=126k$ …クケコ

18
7
6

2015 IA-5 2/2

(3) 次に, 自然数 k により $\boxed{クケコ}\,k$ と表される数で, 11 で割ったときの余りが 1 となる最小の k を求める。1 次不定方程式

$$\boxed{クケコ}\,k - 11\ell = 1$$

を解くと, $k > 0$ となる整数解 (k, ℓ) のうち, k が最小のものは,

$k = \boxed{サ}$, $\ell = \boxed{シスセ}$ である。

(4) $\sqrt{am}$ が 11 で割ると 1 余る自然数となるとき, そのような自然数 m のなかで最小のものは $\boxed{ソタチツ}$ である。

〔センター試験〕

(3) $126k - 11\ell = 1$

$k=9$ とすると $1134 - 11\ell = 1$

$11\ell = 1133$

$\ell = 103$

最小は $k = 9$, $\ell = 103$

サ　シスセ

(4)

$\sqrt{am} = 126k$ で $k=9$ のとき最小,

$a = 2^2 \times 3^3 \times 7$ より

$\sqrt{2^2 \times 3^3 \times 7 \times m} = 126 \cdot 9$

$\sqrt{2^2 \times 3^3 \times 7 \times m} = 2 \times 3^4 \times 7$　両辺2乗して

$2^2 \times 3^3 \times 7 \times m = 2^2 \times 3^8 \times 7^2$

$m = 3^5 \times 7$

$m = 1701$ … ソタチツ

2) 126
3) 63
3) 21
7

27
×3
81
×3
243
×7
1701