正余弦8

半径 2 の円に内接する三角形 ABC があり, 3 辺の比は

$$BC : CA : AB = 7 : 5 : 3$$

であるという。このとき,

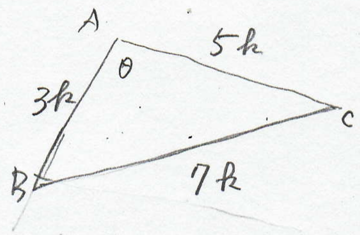
(1) $\cos A = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$, $\sin A = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$

(2) $\dfrac{BC}{\sin A} = \boxed{\text{カ}} \times$ (△ABC の外接円の半径) という関係に着目すると,

BC= $\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ が得られ,

(3) △ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

〔共通一次〕



$49k^2 = 9k^2 + 25k^2 - 2 \cdot 3k \cdot 5k \cos\theta$

$49k^2 = 34k^2 - 30k^2 \cos\theta$

$\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$ …(アイウ)

$\sin^2\theta + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1$　　$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (0°<θ<180°より) …(エオ)

$\dfrac{BC}{\sin A} = 2R$ より 2 …(カ)　　$BC = 4 \cdot \sin A = 2\sqrt{3}$ …(キク)

$7 : 3 = 2\sqrt{3} : AB \rightarrow AB = \dfrac{6\sqrt{3}}{7}$

$7 : 5 = 2\sqrt{3} : AC \rightarrow AC = \dfrac{10\sqrt{3}}{7}$

△ABC の面積 $= \dfrac{1}{2} AB \cdot AC \sin A$

$= \dfrac{1}{\cancel{2}} \cdot \dfrac{\overset{3}{\cancel{6}}\sqrt{3}}{7} \times \dfrac{\overset{5}{\cancel{10}}\sqrt{3}}{7} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= \dfrac{45\sqrt{3}}{49}$ …(ケコサシス)