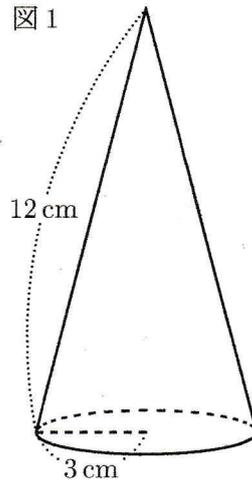


右の図1のように、底面の半径が3cm、母線の長さが12cmの円すいがある。

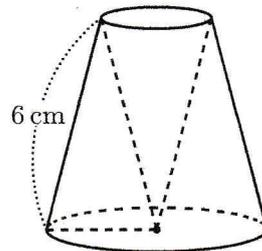
図1



このとき、次の(1)~(4)の各問に答えなさい。

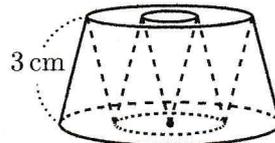
- (1) 円すいの側面となるおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。
- (2) 円すいの体積を求めなさい。
- (3) 右の図2のように、円すいを底面に平行な面で、高さが等しくなるように2つの立体に分けて、上側の立体を逆さにした型を、下側の立体からくりぬいてできた立体がある。
このとき、この立体の体積を求めなさい。

図2



- (4) 右の図3のように、(3)の図2の立体を底面に平行な平面で、高さが等しくなるように2つの立体に分けて、上側の立体を逆さにした型を、下側の立体からくりぬいてできた立体がある。
このとき、この立体の体積を求めなさい。

図3



(1) 中心角 = $\frac{\text{半径}}{\text{母線}} \times 360^\circ = \frac{3}{12} \times 360 = 90^\circ$

(2) 高さは三平方の定理から $\sqrt{12^2 - 3^2} = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$

$9\pi \times 3\sqrt{15} \times \frac{1}{3} = 9\sqrt{15}\pi$ $9\sqrt{15}\pi \text{ cm}^3$

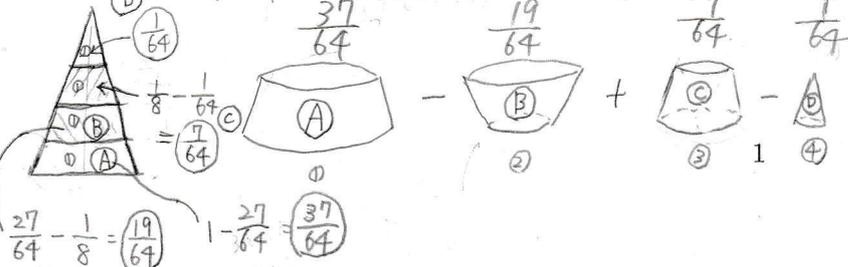
(3) 以降は相似で攻めてみますよ (以下に出てくるもとの円すいと図1のときである)

(3) 上の半分は (2) の求めた円すいと相似で相似比は $\frac{1}{2}$ (佐賀県)

もとの円すい: 上半分の立体 = 2:1 となるので 体積比は 8:1 ゆえに上半分の体積は $9\sqrt{15}\pi \times \frac{1}{8} = \frac{9\sqrt{15}}{8}\pi$ この2分をもとの円すいから取り除けばおのりで求めた体積は

$9\sqrt{15}\pi - \frac{9\sqrt{15}}{8}\pi \times 2 = \frac{27\sqrt{15}}{4}\pi$ $\frac{27\sqrt{15}}{4}\pi \text{ cm}^3$

(4) 求める体積を割合で考えます



すなわち $\frac{27}{64} - \frac{19}{64} = \frac{7}{64} - \frac{1}{64} = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$

(したがってもとの $\frac{3}{8}$ 倍) および求める体積は $9\sqrt{15}\pi \times \frac{3}{8} = \frac{27\sqrt{15}}{8}\pi$

数楽 <http://www.mathtext.info/>

$\frac{27\sqrt{15}}{8}\pi \text{ cm}^3$