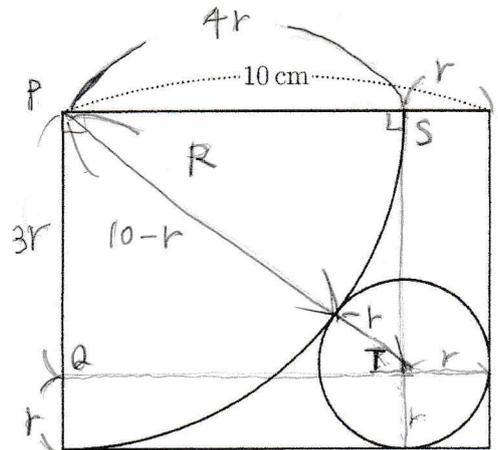


右の図は、横の長さが 10 cm の長方形の紙にかいた円錐の展開図である。この円錐について、次の問いに答えなさい。ただし、円周率を π とする。

- (1) 円錐の底面の半径を求めなさい。
- (2) 円錐の体積を求めなさい。
- (3) 図のように円錐の底面に接し、側面にも接する球の半径を求めなさい。



(1)

おうぎ形の半径を R とすると

$$2\pi R \times \frac{90}{360} = 2\pi r \quad \text{より}$$

$$\frac{1}{4}R = r \quad \text{よって} \quad R = 4r$$

$PS = 4r$ とおくと、横の長さは $5r$
よって $5r = 10$ より $r = 2$

ちなみに $\triangle PQT$ は 3:4:5 の直角三角形より 四角形 PQRS は長方形となる

別解 $\triangle PTS$ で三平方の定理

$$PT = 10, PS = 10 - r, ST = 3r$$

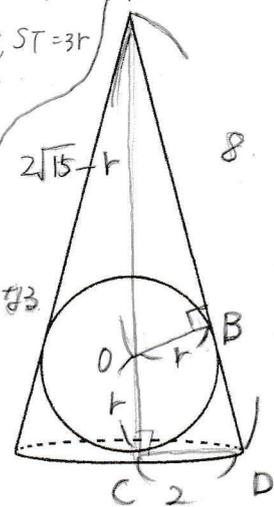
$$\text{より } PT^2 = PS^2 + ST^2$$

$$100 = (10 - r)^2 + 9r^2$$

$$10r^2 - 20r = 0$$

$$10r(r - 2) = 0$$

よって $r = 2$



(2)

三平方の定理より

円錐の母線 8 cm 底面の円の半径 2 cm より

$$\text{円錐の高さ} = \sqrt{64 - 4}$$

$$= 2\sqrt{15} \text{ (cm)}$$

$$\text{よって 体積} = \frac{1}{3} \times 4\pi \times 2\sqrt{15}$$

$$= \frac{8\sqrt{15}}{3} \pi \quad \underline{\underline{\frac{8\sqrt{15}}{3} \pi \text{ cm}^3}}$$

[大坂教育大学附属 池田校舎]

(3)

右上の円錐の図で、 $\triangle AOB$ と $\triangle ADC$ である。このとき球の半径を $OC = r$ とすると $AO = 2\sqrt{15} - r$ であり $AO : OB = AD : DC = 8 : 2 = 4 : 1$ である。 $OB = OC = r$ より

$$2\sqrt{15} - r = r = 4 : 1$$

$$4r = 2\sqrt{15} - r$$

$$5r = 2\sqrt{15}$$

$$r = \frac{2\sqrt{15}}{5}$$

$$\underline{\underline{\frac{2\sqrt{15}}{5} \text{ cm}}}$$