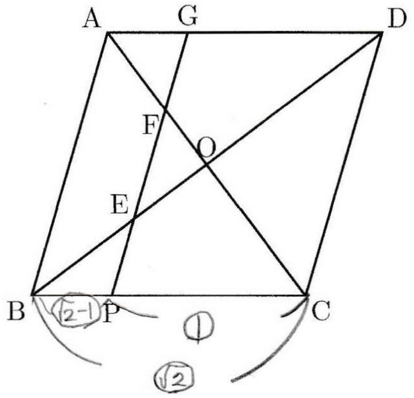
h29

右の【図】のように，ひし形 ABCD があり，対角線 BD と対角線 AC の交点を O とする。

また，辺 BC 上に点 P があり，点 P を通り辺 AB に平行な直線と，対角線 BD，対角線 AC，辺 AD との交点をそれぞれ E, F, G とする。

ただし，点 P は，頂点 B または頂点 C と一致しない。

次の (1), (2) の問いに答えなさい。



(1) △ABC∽ △FPC であることを証明しなさい。

(2) AB=5 cm, AC=6 cm とする。また，△BPE の面積と △EOF の面積が等しくなるように点 P をとる。

次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分 BO の長さを求めなさい。

② △AFG の面積を求めなさい。

〔大分県〕

(1) △ABCと△FPCで
仮定よりAB // FPであるから
同位角は等しいので
∠CAB=∠CFP …①
∠CBA=∠CPF …②
①、②より 2組の角がそれぞれ等しい
ので△ABC∽△FBC

(2) AC=6より AO=CO=3cm
AC⊥BDより ∠AOB=90°，AB=5cmより
三平方の定理より
$BO=\sqrt{5^2-3^2}=4$　4cm

(3)
△BPE=△EOFより、△BOC=△PCFとなる．
$△BOC=4\times3\times\frac{1}{2}=6=△PCF$ …①
ここで△ABC=△BOC×2より △ABC=6×2=12 …②
したがって 台形FPBA=△ABC−△PCF=12−6=6 …③
①と②より
△ABCと△PCFの面積比は 12:6=2:1なので
辺の比は $\sqrt{2}:1$ = BC:PC
よって BPの割合は BC−PC=$\sqrt{2}-1$ となる．
ここでひし形ABCDの面積は△BOC×4なので
ひし形ABCD=24，このとき平行四辺形ABPGは，
BP:BC=$(\sqrt{2}-1):\sqrt{2}$より
平行四辺形ABPG=$24\times\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)=24\times\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
$=24-12\sqrt{2}$ …④
よって△AFGは 平行四辺形ABPGから台形FPBAを
引いたものなので③、④より △AFGの面積は．
$24-12\sqrt{2}-6=18-12\sqrt{2}$
$18-12\sqrt{2}$ (cm²)