

2けたの正の整数XとYがある。整数Xは、十の位の数a、一の位がbであり、整数Yは、十の位の数b、一の位がaである。ただし、 $a < b$ とする。

このとき、(1)~(4)の各問に答えなさい。

(1) 2つの整数XとYの積XYをa,bを用いて表しなさい。

(2) $ab = 6, a^2 + b^2 = 37$ のとき、積XYの値を求めなさい。

(3) (2)のとき、整数Xを求めなさい。

(4) 積XYが2268のとき、整数Xを求めなさい。

[佐賀県]

(1) $X = 10a + b \quad Y = 10b + a$

$$XY = (10a + b)(10b + a)$$

$$= 100ab + 10a^2 + 10b^2 + ab$$

よって $XY = 101ab + 10a^2 + 10b^2$

(2) $XY = 101ab + 10(a^2 + b^2)$

$$= 101 \times 6 + 10 \times 37$$

$$= 976 \quad \text{よって } XY = 976$$

(3) $(10a + b)(10b + a) = 976$ のとき
 976を素因数分解して 種類が976で
 十の位と一の位を入れかえれば2けたの
 自然数の組が見つかるよ

$$16 \times 61 = 976 \quad a < b \text{ より}$$

$$X = 16$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 976} \\ \underline{248} \\ 288 \\ \underline{244} \\ 44 \\ \underline{42} \\ 2 \end{array}$$

(4) $(10a + b)(10b + a) = 2268$ より

(3)と同様な 種類が2268で
 十の位と一の位を入れかえれば2けたの
 自然数の組が見つかるよ

$$36 \times 63 = 2268 \quad a < b \text{ より}$$

$$X = 36$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2268} \\ \underline{22} \\ 68 \\ \underline{63} \\ 54 \\ \underline{54} \\ 0 \end{array}$$

(2)の別解

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 37$$

$$(a + b)^2 - 2 \times 6 = 37$$

$$(a + b)^2 = 49 \quad a > 0 \quad b > 0 \text{ より}$$

$$a + b = 7$$

$$X + Y = (10a + b) + (10b + a)$$

$$= 11(a + b)$$

$$= 77$$

$$X + Y = 77 \quad XY = 976 \text{ より}$$

$$X = 77 - Y \text{ とし } \nearrow \text{代入して因数分解}$$

or

$$a + b = 7 \text{ より } a \text{ と } b \text{ の } ab = 6 \text{ より}$$

$$b = 7 - a \text{ とし}$$

$$a(7 - a) = 6 \text{ とし } a, b \text{ を求める方法}$$

よって

2通りの解法がラクである。