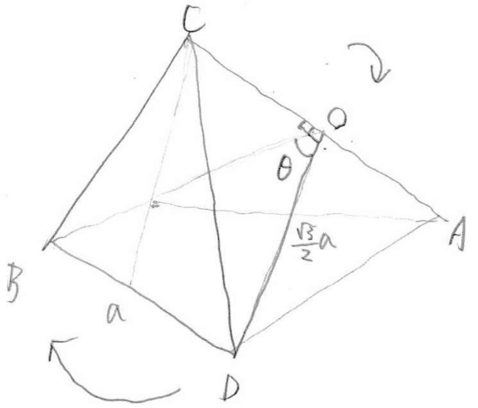
R5.9.10



CAの中点をOとするとOB⊥AC, OD⊥AC

$OD=OB=\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

∠BOD=θとして

△OBDで余弦定理を用いると

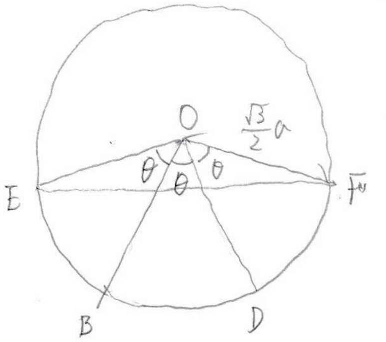
$a^2=\frac{3}{4}a^2+\frac{3}{4}a^2-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a\frac{\sqrt{3}}{2}a\cos\theta$

$a^2=\frac{3}{2}a^2-\frac{3}{2}a^2\cos\theta$

$\frac{3}{2}a^2\cos\theta=\frac{1}{2}a^2$

$\therefore \cos\theta=\frac{1}{3}$ …①

DをBにうつしたとき 平面OBD上に半径OB, ODの円ができる(左図)



問題よりE, Fの位置は左図のようになる

このときEFをxとすると△OEFにおいて

余弦定理を用いると

$x^2=\frac{3}{4}a^2+\frac{3}{4}a^2-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a\cos3\theta$ …②

$\cos3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$ より 上の①から

$=4\cdot\frac{1}{9}-3\cdot\frac{1}{3}$

$=-\frac{5}{9}$

よって②は

$x^2=\frac{3}{2}a^2+\frac{5}{6}a^2$

$=\frac{7}{3}a^2$

$x>0$ より $x=\sqrt{\frac{7}{3}}a$

よって $EF=\frac{\sqrt{21}}{3}a$ 自信ありません…