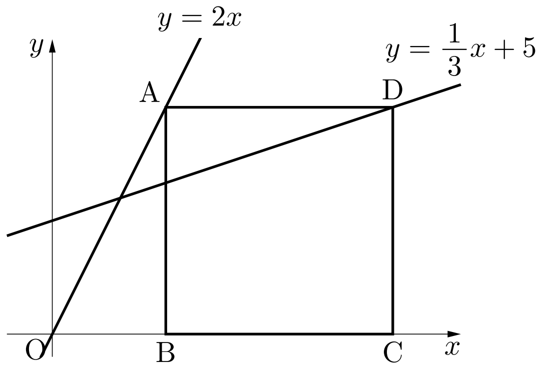
右の図のように, 関数

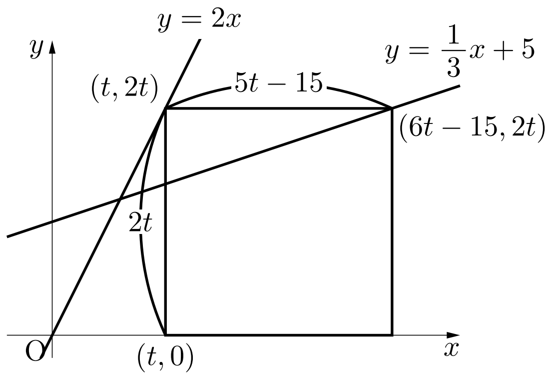
$$y = 2x,\ y = \frac{1}{3}x + 5$$

のグラフがある。点 A, D はそれぞれのグラフ上の点で, 点 B, C は点 A, D から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点である。四角形 ABCD が正方形になるとき, 点 D の座標を求めよ。 〔頻出系問題〕



まず先に知っておいた方がいいことは, 式の意味である。$y = 2x$, これは y 座標は $2x$ という式で表すことができますという意味。また x について解くことで, x 座標は $\frac{y}{2}$ で表すことが可能とも言える。

同様に, $y = \frac{1}{3}x + 5$ も y 座標は $\frac{1}{3}x + 5$ という式で表すことができ, x について解くことで, x 座標は $3y - 15$ という式で表すことが可能であることが分かる。これが座標を文字で置く場合の基本理解となる。



この問題での解き方は, 次の解き方が代表的なのかもしれない。

B$(t,\ 0)$ とおくと, A$(t, 2t)$ となる。

D の y 座標と A の y 座標が等しいので, D の y 座標 $= 2t$ とすると,

$$2t = \frac{1}{3}x + 5$$

となり, $6t = x + 15$ から $x = 6t - 15$ と表される。

したがって, D の座標を t を用いて表すと, D$(6t - 15, 2t)$ となる。

正方形の問題では

【鉄則】縦 $=$ 横

を用いると効果的で, この場合, 縦 $= 2t$(A の y 座標), 横 $= (6t - 15) - t = 5t - 15$(D の x 座標 $-$A の x 座標) となり,

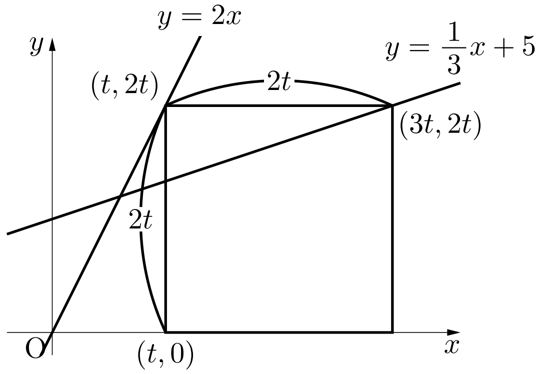
$$2t = 5t - 15$$

これを解いて, $t = 5$, よって D(15, 10) となる。

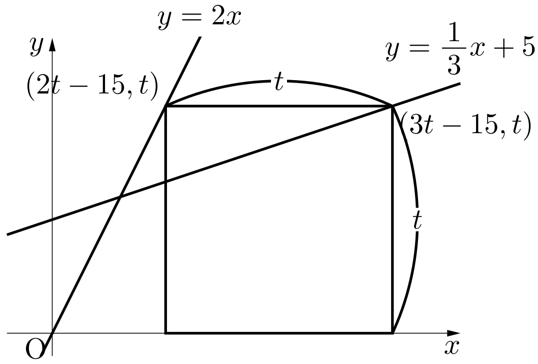
　この問題での解き方の 2 つ目をご紹介する。
B$(t,\,0)$ とおくと, A$(t, 2t)$ となる。
正方形の一辺は $2t$ なので, D の座標は A の x 座標に $2t$ を加えた D$(3t, 2t)$ となる。D の座標は $y = \dfrac{1}{3}x + 5$ 上の点であることから D の座標 $(3t, 2t)$ を代入し,

$$2t = \frac{1}{3} \times 3t + 5$$

となり, $t = 5$, よって D$(15,\,10)$ となる。
さっきよりはいたってシンプルに得られた。



　この問題での解き方の 3 つ目をご紹介する。
D$(t,\,\dfrac{1}{3}t + 5)$ とおくと, といきたいところだが, ここは分数回避のため, $y = \dfrac{1}{3}x + 5$ を x について解いた, $x = 3y - 15$ を用いることにしよう。つまりここでは, $y = t$ とおく。したがって, D$(3t - 15, t)$ となる。
正方形の一辺は t なので, A の座標は D の x 座標に $-t$ を加えた A$(2t - 15, t)$ となる。A の座標は $y = 2x$ 上の点であることから A の座標 $(2t - 15, t)$ を代入し,



$$t = 2(2t - 15)$$

となり, $t = 10$, よって D$(15,\,10)$ となる。
う〜ん答えは得られたが, 達成感は低い気がする。
　このような感じであるが, 筆者はの個人的に好きな解法は最初の解法。【鉄則】を用いることで, 解き方の混合を防ぐためである。正方形の問題がこの手しかないのであれば, 2 つ目の解法がいい。しかし, そうではないので, 最初の解法を身に付けることをお勧めする。もちろん余力のある人は, 1 つ目と 2 つ目の解法を使いこなせることが好ましい。では。