2 ケタの整数を求める問題で、以下のような問題を解くときに何か気づくことはあるだろうか?

【問題】2 ケタの自然数がある。その数は十の位と一の位の和の 6 倍に等しく, 十の位と一の位を入れ換えてできる数はもとの数より 9 小さくなる。もの自然数を求めよ。

である。定石では次のような連立方程式をつくるであろう。

求める自然数の十の位をx, 一の位をy とすると,

$$\begin{cases} 10x + y = 6(x+y) & \cdots & \text{①} \\ 10y + x = 10x + y - 9 & \cdots & \text{②} \end{cases}$$

ただ、この問題では①の式で十分答えは得られる。それはこうだ。

①式を計算すると、

4x=5y が得られる。これは x:y=5:4 と同じ意味で,自然数を表す文字を k として,x:y=5k:4k とすると,(x,y) の組み合わせが無数にありそうだが,問題には 2 ケタの自然数とあるので,この条件を満たすのは k=1 のときである。したがって,上の連立方程式の解は,②の式を使わなくとも (x,y)=(5,4) である。

よって, 求める自然数は 54 である。全部が全部求められるわけではないことは断っておく。こんなことでも答えは見つかるという例えである。面白いでしょ?