

確率で投げるものは同じものではなく、区別できるものとして扱います。

例えば2枚のコインを同時に投げて表裏の出方は何通りありますか。という問いに対して、表表、表裏、裏裏の3通りしかないという意見を聞きます。この場合コインを振って2枚とも表になる確率は $\frac{1}{3}$ です。同じもの投げてるんだからという理由からです。じゃ区別できるように、例えばそれこそ同じ質量の絵具で2枚とも同じ場所に違う色を塗って区別できるようにしたとします。じゃ今区別できるようにしたから、出方が表表、表裏、裏表、裏裏になって、2枚とも表が出る確率は $\frac{1}{4}$ になりましたというのはおかしな話ですよ？もしそうなるのであれば、それはインチキです。細かく言えばナノレベルでは等しい2つの物体は存在しません。量子学などではあるようなないような話は聞いたか聞かないか覚えていませんが。また、投げるときに右にあるもの左にあるもので区別できますから、そういった意味では区別できるものとして扱います。さいころも同じです。大小2つのさいころとあれはわざと書いてあります。でも大小のさいころって、何か野球ボールみたいに大きいさいころと、ありのように小さいさいころでは話になりません。あくまで区別できます、区別して考えなさいという問題製作者の配慮です。そう思っています。

同時に～とは魔法の言葉？

(問題1)3枚のコインを同時に投げたとき、2枚が表で1枚が裏になる確率を求めなさい。当たり前のように出てくる中学数学の確率の問題文です。

ここで、この問題文を次のようにしたとします。

(問題2)3枚のコインを投げたとき、2枚が表で1枚が裏になる確率を求めなさい。

お気づきかもしれませんが、同時にという言葉をつから省きます。すると、同時に投げないのなら、コインの投げる順番を考えなくてはいけませんね。例えばコインA,B,CとあってAを最初に投げて、次にBを投げて、最後にCを投げる。という具合にです。その投げる順番は6通りあります。ただどの順番で投げたとしても、同じ樹形図になります。

もし同時にという言葉がなければ、厳密に言えばこの下の樹形図をA,B,Cの並び方も考慮して6種類必要です。何が違うかピン解かないかもしれませんが、起こりうる場合の数がちがいます。下に書いてみました。(問題1)では8通り、(問題2)では48通りあります。ただ問題の答えは両方とも $\frac{3}{8}$ になります。これは投げる順番がどうであろうと、コイン1枚の表裏の確率は変わらないことを意味します。

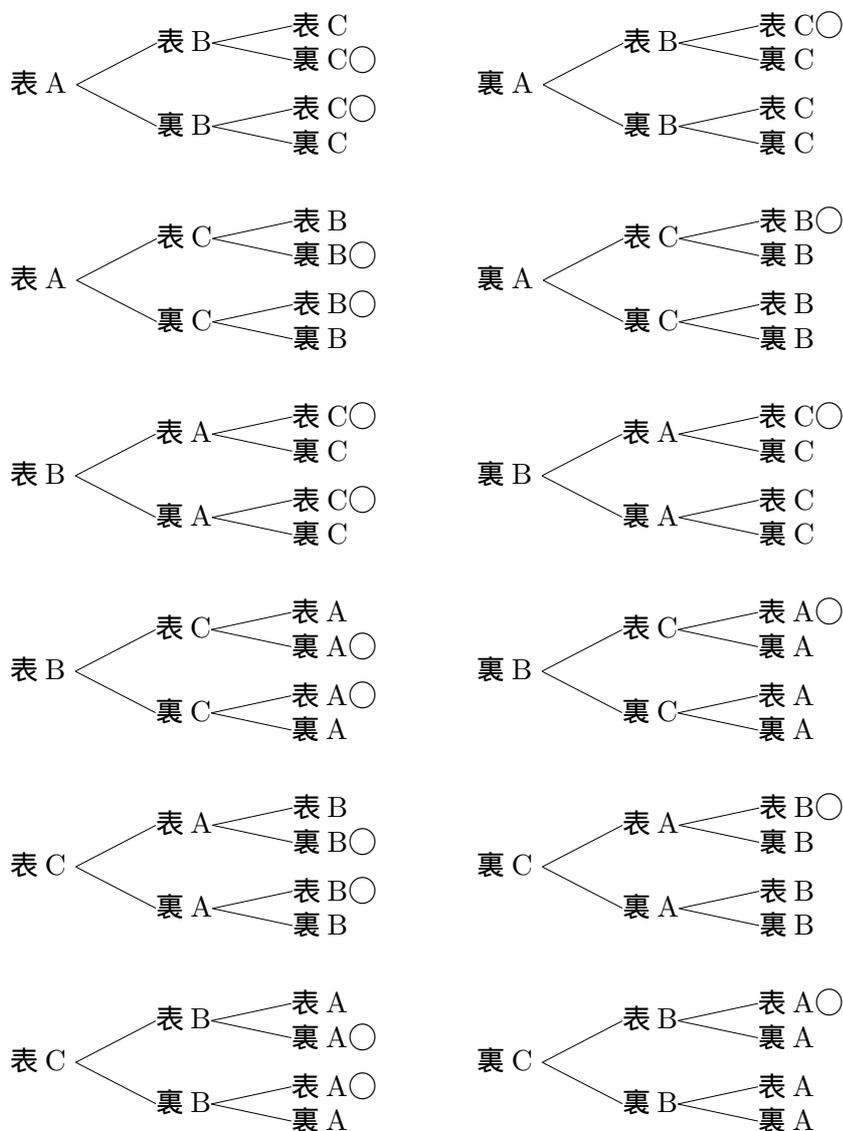
後述するさいころも同じです。最初にさいころ振って1の目が出たからと言って、次に1~6のうちどれか1つの目が出る確率は変わりません。このように過去の出来事によって、次に起こる出来事の期待の度合が変化しない。このような事象(出来事)を専門用語で独立事象といいます。

(問題 1) の場合 : 3 枚のコインの表裏の出方



$$\frac{3}{8} \dots\dots(\text{答})$$

(問題 2) の場合 : 3 枚のコインの表裏の出方

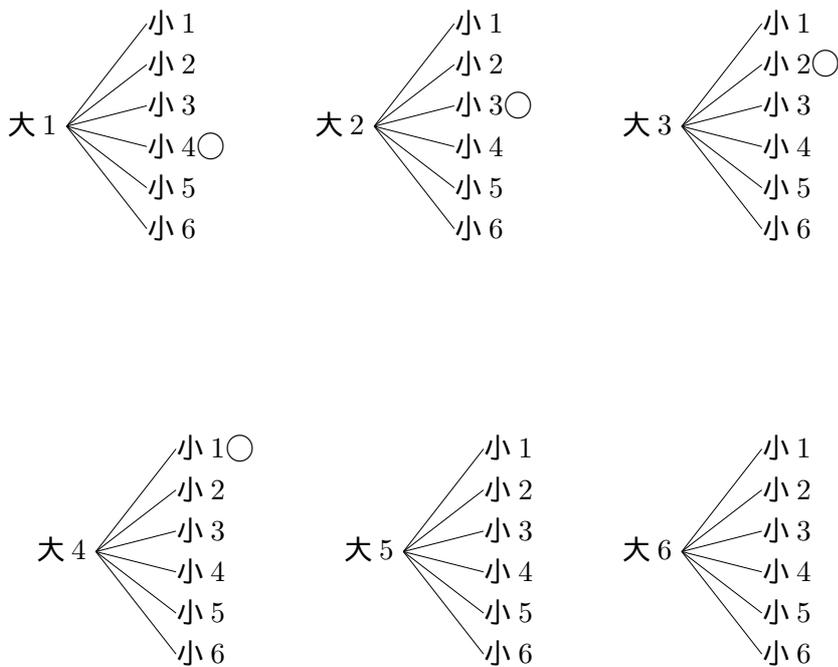


$$\frac{18}{48} = \frac{3}{8} \dots\dots(\text{答})$$

次にさいころの問題でも同様に考えてみましょう。

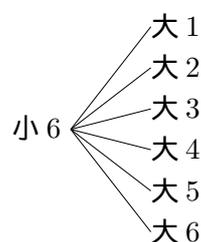
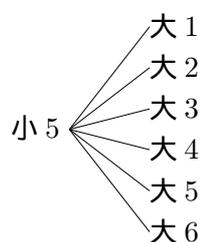
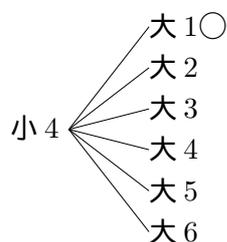
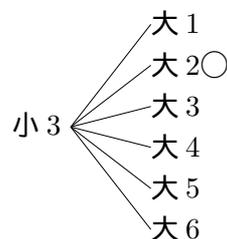
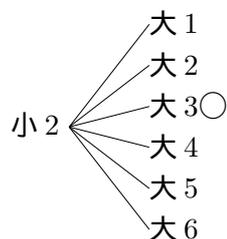
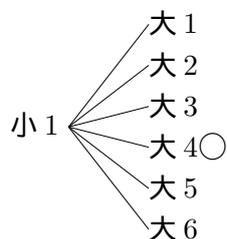
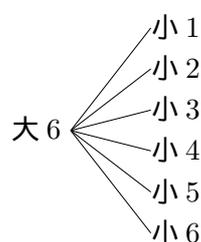
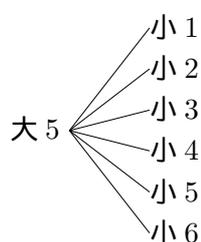
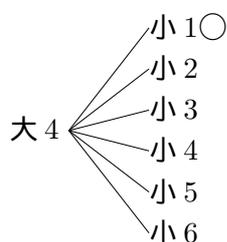
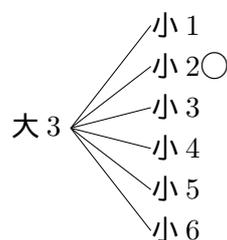
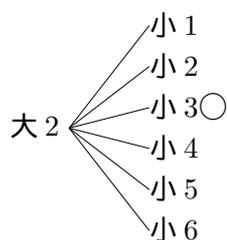
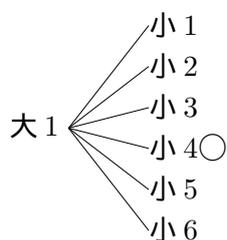
(問題3) 大小2つのさいころを同時に振って出る目の数の和が5になる確率を求めなさい。同時に振るのだから、投げる順番は考えず、大小のさいころどちらかの目に対し、もう一方のさいころの目の出方を考えればよいのです。ですから、下のような樹形図になります。サイコロではあまり樹形図は使いませんか？

次のページには、同時に投げなかった場合、どちらかを投げて、そのあとどちらかを投げるといふ具合に、投げる順番を考慮するとどうなるか書いてみました。ただ、前述したように、さいころは過去に出た目に左右されるものではありません。投げる順番が変わっても確率は変化しません。ただの実験です。



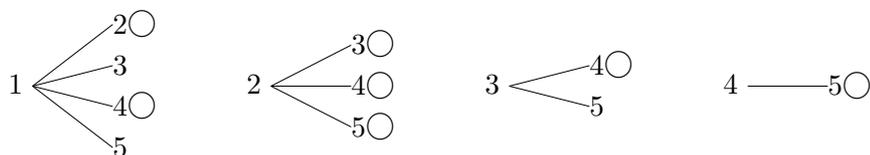
$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(問題4) 大小2つのさいころを振って出る目の数の和が5になる確率を求めなさい。



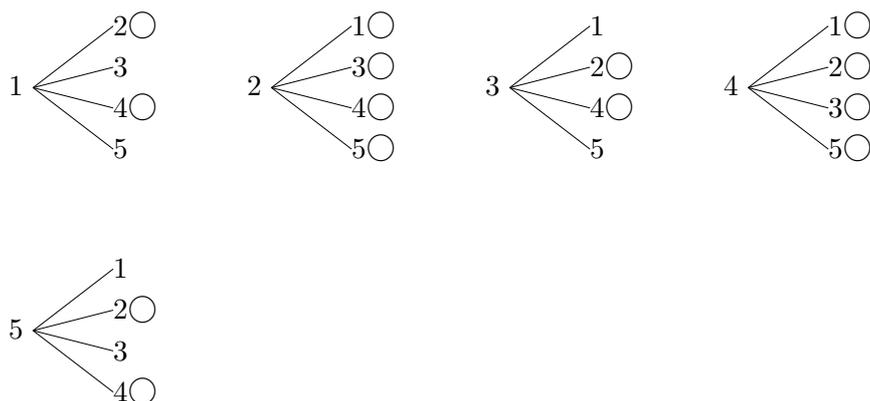
$$\frac{8}{72} = \frac{1}{9} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(問題5) 1~5の異なる自然数を書いたカードが1枚ずつ計5枚あります。そのカードをよく切って同時に2枚引きます。引いたカードの2枚の積が偶数になる確率を求めなさい。



$\frac{7}{10}$ (答)

(問題6) 1~5の異なる自然数を書いたカードが1枚ずつ計5枚あります。そのカードをよく切って2枚引きます(1枚引いてから続けて2枚目を引く)。引いたカードの2枚の積が偶数になる確率を求めなさい。



$\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$ (答)

このカードの問題6では、1(1枚目に奇数)を引いた場合、偶数になる確率は残りのカードから偶数を引かなくてはなりません。従って1を引いた場合2枚のカードの積が偶数になる確率は $\frac{1}{2}$ となります。しかし、最初に2(1枚目に偶数)のカードを引いた場合、2枚のカードの積が偶数になる確率は1です。このように、条件によって確率が変わったりします。詳しくは知りませんが、条件付き確率というものです。結局同時に~があるおかげで、問題を解く側としてはずいぶん楽な思いをしているのではないのでしょうか。ただ、上のように同時にを省いた場合は、投げる順番を考えるように、問題文にAを投げたあと、続けてBを投げるという具合に配慮されているのが普通です。問題文がどちらで考えればいいのか不明という曖昧な問題はあまり見たことがありません。