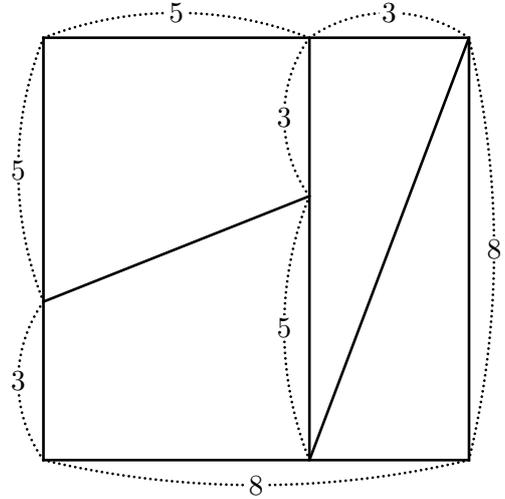


トリックを見抜け

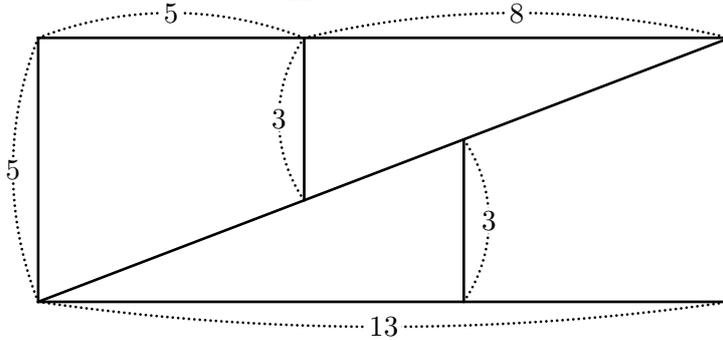
右の図のように、一片が8の正方形を図のように切り取って図形をバラバラにして、並べ替えます。このとき並べ替えた図形が下の図ですが、何かおかしくありませんか？

そうです。面積が1だけ大きくなっていますよね。切り取る前の面積は $8 \times 8 = 64$ 、切り取った後の面積は $5 \times 13 = 65$ です。さてさてそんなはずはないのですが、どこがおかしいか検証してみてください。答えは次のページにあります。

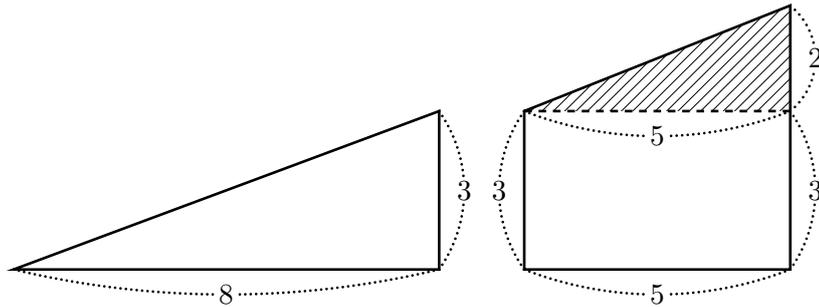
正方形を切り取る



並べ替えた図

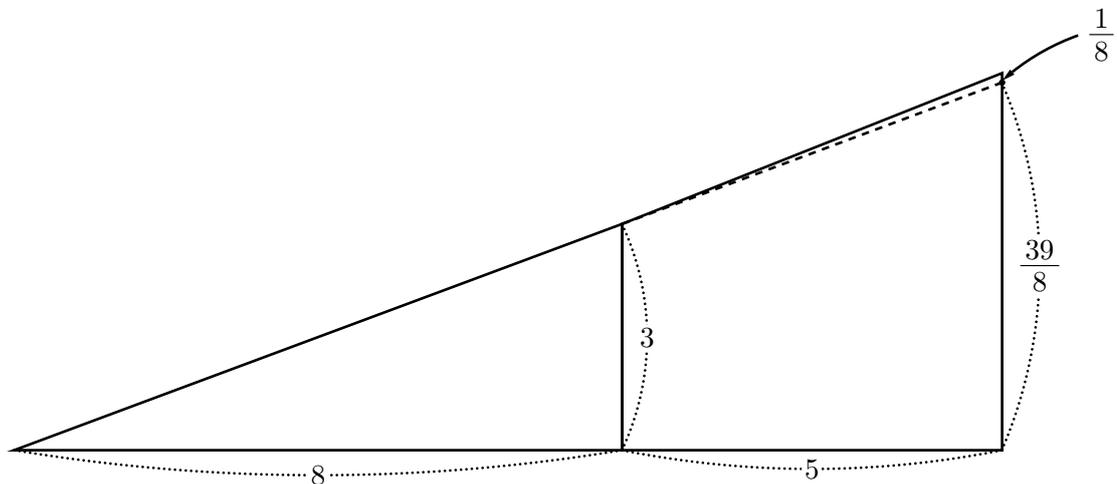


答え：並べ替えた図が間違っている。厳密には長方形になりません。正確にはきちんと並べることができないという表現が適切ですかね。実際切り取った直角三角形と台形の傾き具合は一直線になりません。下の図をご覧ください。もし仮に直角三角形と台形を長さ3の部分でくっつけて一直線に並ぶなら、左の直角三角形と台形の中にある斜線部分の直角三角形の関係が相似(拡大縮小)の関係でなくてはなりません。しかし、左側の辺の比はの8:3であるのに対し、右側の同じ部分の辺の比は5:2と異なることが分かります。

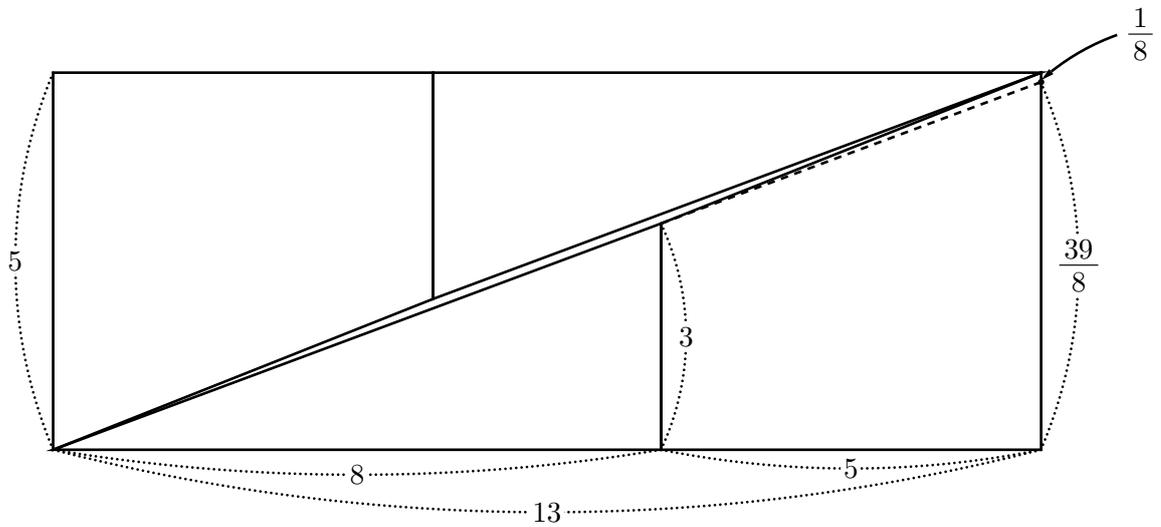


辺の比が違う。

このことから、上の2つを仮にくっつけたとき、下の図のようにきちんとした直角三角形にはならないことが分かりました。そこで実際、直角をはさむ1辺の長さが13の場合、もう1つの辺の長さはいくらなのでしょう。8:3=13:x から $x = \frac{39}{8}$ となり、台形の5の長さより $\frac{1}{8}$ 短くていいことが分かります。これが面積を増やす原因なのです。



並べるときは、この $\frac{1}{8}$ の部分の三角形(底辺 $\frac{1}{8}$, 高さ5)を削り取ることなく並べます。もちろん削り取ったら面積は小さくなりますが。話を戻すと、この図形をきちんとならべると実際は、すき間ができてしまいます。実際の正確な図は次のページのようになります。



このすき間の面積が1なのです。これが増えた面積の正体です。実際すき間の面積は、底辺 $\frac{1}{8}$ 、高さ 13 の平行四辺形から、底辺 $\frac{1}{8}$ 、高さ 5 の三角形を2つ分引いたものになります。つまり、

$$\frac{1}{8} \times 13 - \frac{1}{8} \times 5 \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{13}{8} - \frac{5}{8} = 1$$

よって、1大きく見えるのです。切り取った図形を力ずくで並べて、きちんと並べたように見えるだけで、実際は面積が大きくなるということはないということでした。