



正方形の形をした合同な白のタイルと黒のタイルを使い、 の手順で、下の図のような模様を作っていく。このとき、あとの問いに答えなさい。

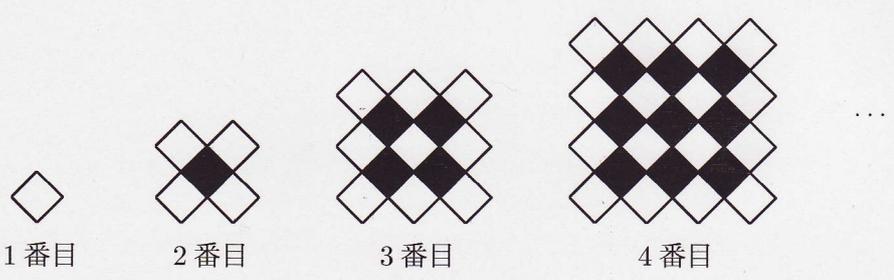
手順

ア 白のタイルを1個置いたものを1番目とする。

イ 白のタイルを頂点が重なるように、縦に2個ずつ2列に置き、白のタイルで囲まれた部分に黒のタイルを置いたものを2番目とする。

ウ 白のタイルを頂点が重なるように、縦に3個ずつ3列に置き、白のタイルで囲まれた部分に黒のタイルを置いたものを3番目とする。

エ 以下、このような作業を繰り返して、4番目、5番目、... とする。



- (1) 6番目の模様について、白のタイルと黒のタイルの個数をそれぞれ求めなさい。
- (2) n 番目の模様について、白のタイルと黒のタイルの個数をそれぞれ n を使った式で表わしなさい。
- (3) それぞれの模様において、タイルの総数は必ず奇数になる。このことを(2)を利用して証明しなさい。

番	1	2	3	4	5	6
白	1	4	9	16	25	36
黒	0	1	4	9	16	25

(1)

白 36個

黒 25個

(2) 白 n^2 個 黒 $(n-1)^2$ 個

(3) n 番目のタイルの総数は

$$n^2 + (n-1)^2 = n^2 + n^2 - 2n + 1$$

$$= 2n^2 - 2n + 1$$

$$= 2(n^2 - n) + 1$$

~~2~~ $2(n^2 - n)$ は偶数であることから

$2(n^2 - n) + 1$ は奇数 ¹ 数楽 <http://www.mathtext.info/>

∴ タイルの総数は奇数である。

