グラフと図形の攻略

関数と図形 Part1

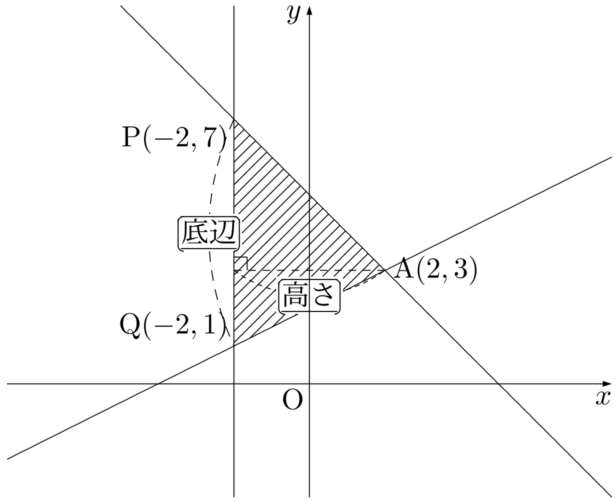
三角形の面積の問題

例:問い

関数 $y=\dfrac{1}{2}x+2$, $y=-x+5$ が点 A で交わっている。また y 軸に平行で x 座標が -2 の直線と 2 つのグラフの交点を P, Q とするとき, $\triangle$APQ の面積を求めなさい。

考え方

この手の問題は x 軸, y 軸に平行な直線がある場合は, それを底辺として考えると, 片付く問題がほとんどである。この場合線分 PQ が y 軸に平行なので, 線分 PQ を底辺とすれば三角形の面積は簡単に求まります。

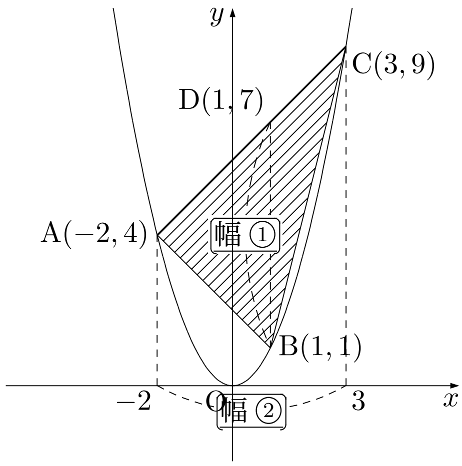


関数と図形 Part2

次に, 三角形の底辺と思われるものが, x 軸, y 軸に対して斜めになっている場合は, その三角形が, ちょうど入る長方形を作り余分な三角形を引けば求まる。しかし, ここでは二次関数を例に公式?を使って求めてみます。

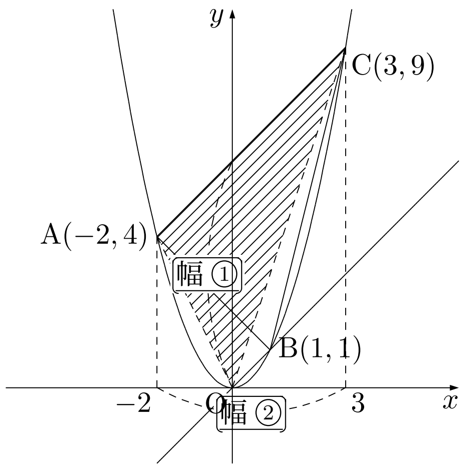
例:問い

右の図は $y = x^2$ のグラフで, そのグラフ上に 3 点 A(−2, 4), B(1, 1), C(3, 9) をとったものです。このとき, △ABC の面積を求めなさい。

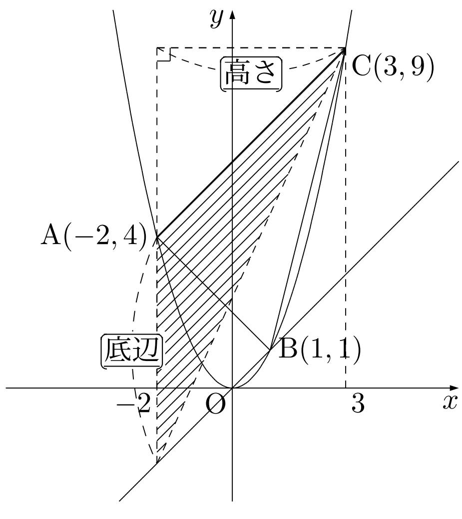


考え方

このとき直線 AB の式 ($y = x + 6$) を求めて, 点 B から y 軸に平行な直線と直線 AB との交点を D とすると D(1, 7) となり, 幅①× 幅②÷2 で求まる。またもう 1 つの解法は, 等積変形です。直線 AB の傾きを求め, 直線 AB に平行で点 B を通る直線を求める (この場合 $y = x$)。この直線と y 軸との交点を求めて, 先と同様に幅①× 幅②÷2 で求めてもよい。



さらにもう 1 つ等積変形ですが, x 軸または y 軸に平行に頂点を動かしてやることも可能である。等積変形はどの頂点を動かせば効率が良いか, という観点から見るとよい。特に直線の式の傾きが知れる場合は, それに平行な直線で考えてみるのもよい。あと原点が 1 つの頂点である場合, 2 つの座標をたすきがけしたものの差の絶対値の $\frac{1}{2}$ で求められます。紹介だけしておきます。



公式

3 点 (0, 0), (a, b), (c, d) を頂点とする三角形の面積 S

$S = \frac{1}{2}|ad - bc|$

$|\quad|$ は絶対値の記号 (例 : $|-5| = 5$)