今回は最短距離の問題を考えてみましょう。

中学1年生の時に2点A,B間の最も短い線分のことを距離って言っていましたね。このことを図形や座標軸に応用させたのが最短距離の問題です。

典型的な問題を挙げてみてみましょう。

⋆ 立体にひもをかける問題

この手の問題はまず間違いなく，立体を展開図で考えるのがほとんど定石となっています。

図1

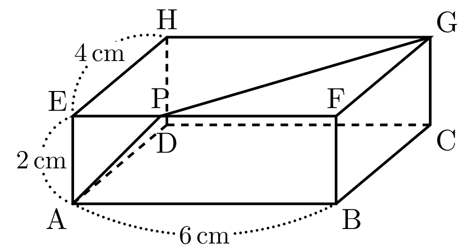


図1のように，AB=6 cm，AE=2 cm，EH=4 cm の直方体があり，頂点Aから頂点Gまで，黒いひもを辺EFに交わるようにかける。黒いひもの長さが最も短くなるとき，黒いひもと辺EFが交わる点をPとする。
このとき，(1)〜(3) の各問いに答えなさい。

(1) 黒いひもが通る線を，直方体の展開図 (図2) に図示しなさい。

(2) 黒いひもの長さを求めなさい。

(3) 図1の直方体に，頂点Bから頂点Dまで赤いひもを辺EF，辺HGの順に交わるようにかける。赤いひもの長さが最も短くなるとき，赤いひもと辺EFが交わる点をQ，赤いひもと辺HGが交わる点をR，赤いひもと黒のひもが交わる点をSとする。このとき，(ア)〜(エ) の各問いに答えなさい。

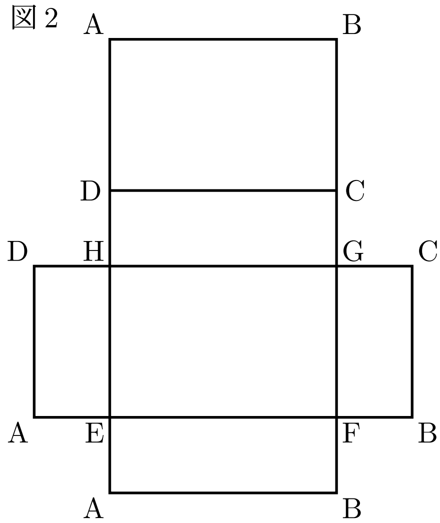
(ア) $\triangle SPQ \backsim \triangle SGR$ であることを証明しなさい。

(イ) HRの長さを求めなさい。

(ウ) RQの長さを求めなさい。

(エ) RSの長さを求めなさい。

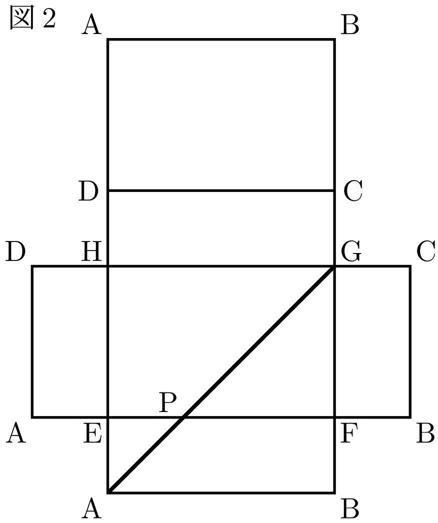
図2



〔佐賀〕

上の問題で，線をかく問題が (1) にあるが，ひもが通っている面は 2 面である。また，A と G を結ぶ線は辺 EF と交わることが図からわかる。だから，答えは右のようになる。ひもがたるんでいては最短にならないので，今回は点 A と点 G の 2 点間の距離そのものが最短になるので，それで答えを得ることができる。続きの (2) は三平方の定理，(3) は相似の問題として処理できる。典型的な問題なので，しっかり押さえておきましょう。

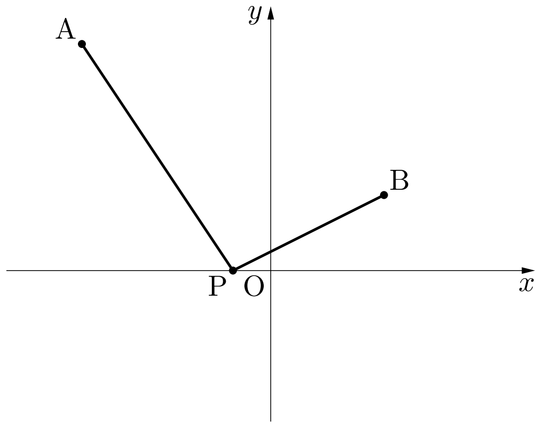
図 2



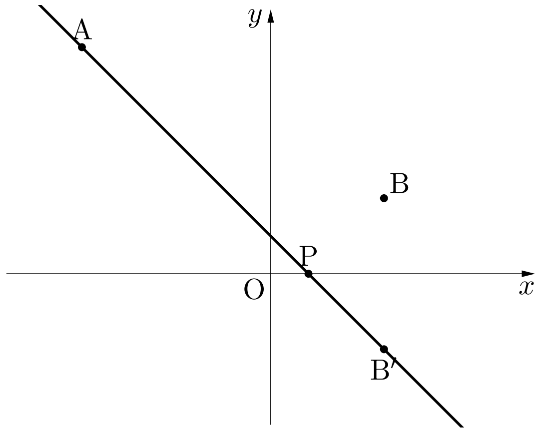
次のページはグラフ問題での最短距離の問題の処理の方法です。

⋆座標軸上での最短問題

座標軸上に2点A$(-4,\ 5)$, B$(2,\ 1)$がある。x軸上に点Pをとり, AP+BPの長さが最も短くなるようにするとき, 点Pの座標を求めなさい。

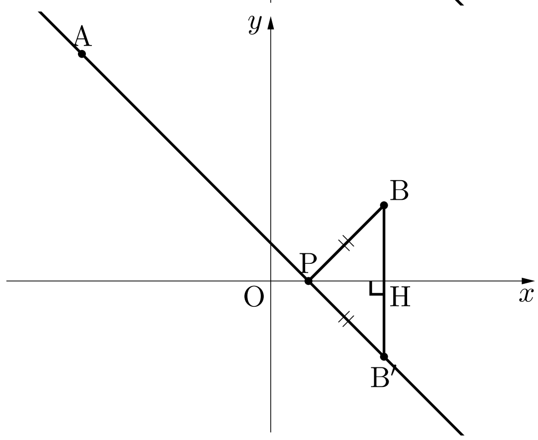


この手の問題は, 点Aまたは点Bをx軸について対称に移動させて, その移動させた点と残りの点を結ぶ直線との交点が求める点Pになる。右図は点Bをx軸に対称移動させB′とし, 点B′と点Aを結んで点Pを求める図である。



今回はB′$(3,\ -2)$であることから, 直線AB′の式は$y = -x + 1$となる。従って球において求める点Pは$(1,\ 0)$である。

なぜこの方法で点Pが求まるかというと, 点Bがx軸について対称な点をB′とすることで, △BPH≡△B′PHとなるため, AP+BP=AP+B′Pとなり, 折れ線APBが線分AB′と等しくなることが分かる。こうやって, グラフ問題では最短問題を処理している。



ここでも最短は直線で考えれると新しい発見があったようで, 数学をもっと好きになりますね。